



Temas Selectos de Física I



Modelo Educativo
para la Educación
Obligatoria

Temas Selectos de Física I



Modelo Educativo
para la Educación
Obligatoria

DIRECTORIO

Ing. Salomón Jara Cruz

Gobernador Constitucional del Estado Libre
y Soberano de Oaxaca

M.C. Verónica Hernández González

Directora General

M.C.E. Abel Luis Avendaño

Director Académico

Lic. Bene-Ever Miguel Isidro

Director de Supervisión para la Mejora Educativa

L.C.P. Adalberto Medina Casas

Director de Administración y Finanzas

M.B.A. Eduardo Javier Aldana González

Director de Planeación

Ing. Rosalba Medina Vargas

Plantel 32 "Cuilápam"

Ing. Anselmo Raymundo Alcázar Hernández

Plantel 01 "Pueblo Nuevo"

Ing. Rodolfo Salvador Osorio Casas

Dirección Académica

Autores

MCE. Rosalba Medina Vargas

Revisión Pedagógica



La estructura didáctica en conjunto de la presente edición pertenece al Colegio de Bachilleres del Estado de Oaxaca.

Queda prohibida la reproducción o transmisión total o parcial del contenido de la presente obra en cualesquiera formas, sean electrónicas o mecánicas, sin el consentimiento previo y por escrito del Editor.

MI LIBRO

Asignatura:

Grupo:

Plantel:

Nombre del docente:

Datos del Estudiante

Nombre completo:

Objetivos del semestre:

Tus frases del semestre:

“No estudio para saber más, sino para ignorar menos” - (Sor Juana Inés de la Cruz).

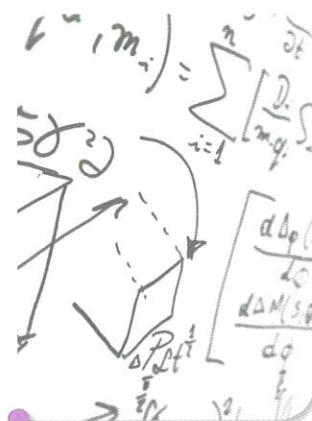
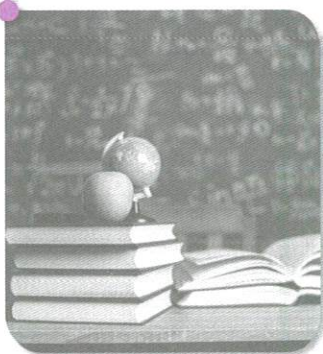
ÍNDICE

BLOQUE

I

Estática

Introducción	6
Valores	8
Competencias	10
Sesión 1	17
Desarrollo	19
Cierre	31
Sesión 2	32
Desarrollo	33
Cierre	41
Sesión 3	42
Desarrollo	43
Cierre	62
Anexos	63
Bibliografía	67



II

Dinámica rotacional

BLOQUE

Sesión 1	70
Desarrollo	72
Cierre	91
Sesión 2	92
Desarrollo	93
Cierre	117
Anexos	119
Bibliografía	123

BLOQUE

III

Máquinas simples

Sesión 1	126
Desarrollo	127
Cierre	132
Sesión 2	133
Desarrollo	134
Cierre	148
Anexos	149
Bibliografía	151

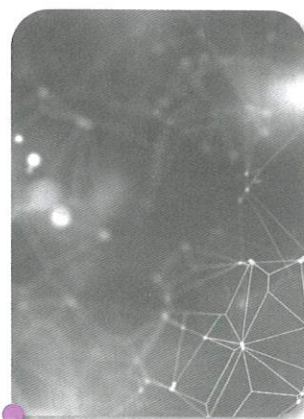


IV

BLOQUE

Impulso y cantidad de movimiento

Sesión 1	154
Desarrollo	155
Cierre	162
Sesión 2	164
Desarrollo	165
Cierre	171
Anexos	172
Bibliografía	175



INTRODUCCIÓN

La asignatura de Temas Selectos de Física I se ubica en el quinto semestre y pertenece al componente de Formación Propedéutica, forma parte del campo de conocimientos de las ciencias experimentales y tiene como propósito general explicar los fenómenos físicos relacionados con los campos de la estática, dinámica rotacional, máquinas simples e impulso y cantidad de movimiento, aumentando el acervo de conocimientos adquiridos en la asignatura de Física I.

El Colegio de Bachilleres pone en tus manos esta Guía de Aprendizaje para que desarrolles los conocimientos, habilidades y actitudes necesarios, teniendo como meta el logro de los aprendizajes esperados que debes alcanzar al término de cada uno de los bloques.

En el Bloque I se estudia la estática como una continuidad de la dinámica que te ayudará a comprender mejor las condiciones que deben cumplir los sistemas de fuerzas para que un cuerpo esté en equilibrio.



El Bloque II promueve el conocimiento de las condiciones que se deben dar para que un cuerpo tenga un movimiento rotacional.

Para estudiar los diferentes tipos de máquinas simples que te permiten identificarlas y utilizarlas de manera eficiente, utilizas las actividades desarrolladas en las sesiones del Bloque III.

Por último, el Bloque IV revisa otra forma de aplicar la Segunda Ley de Newton relacionando el impulso y la cantidad de movimiento.

Cada actividad propuesta en las sesiones de los bloques será evaluada, para ello se han construido los instrumentos de evaluación necesarios para verificar los aprendizajes esperados a los que debes llegar.

La bibliografía básica que se encuentra al final de cada bloque te permitirá investigar e incrementar tus conocimientos, así como reafirmar tu aprendizaje.



VALORES

RESPECTO

Reconocer tu propio valor y el valor de los demás, aceptando las virtudes y defectos ajenos así como sus conocimientos, creencias y costumbres.

EQUIDAD

Propiciar igualdad de oportunidades aplicada a todo ser humano sin distinciones de raza, condición socioeconómica, condición física o identidad cultural; igualdad que tiene sustento en el valor del respeto y la justicia.

JUSTICIA

Otorgar a cada quien lo que es debido mediante el respeto a los derechos y normas que mantienen el orden y la armonía en la sociedad.

TOLERANCIA

Respetar las ideas, prácticas y creencias de los demás aún cuando sean diferentes a las nuestras.

IDENTIDAD CULTURAL

Expresar la creatividad infinita del ser humano, sin dejar a un lado su individualidad, para que se adscriba a la expresión o manifestación cultural de una comunidad.

HONESTIDAD

Demostrar confianza y respeto donde prevalezca la verdad, la honradez y la justicia.

SUSTENTABILIDAD

Favorecer el uso consciente y responsable de los recursos, sin agotarlos o exceder su capacidad y sin comprometer los de las generaciones venideras.

RESPONSABILIDAD

Dignificar a cada persona cuando cumple las obligaciones que se derivan de sus propios talentos y capacidades en el ámbito escolar, familiar y laboral.

SOLIDARIDAD

Sumarse a una causa común y solucionar problemas en conjunto, sobre todo cuando se trata de los más desprotegidos.

PERSEVERANCIA

Poseer constancia y tesón para llegar a un fin propuesto y pensado con antelación no importando las adversidades propias de los grandes proyectos.

COMPETENCIAS

Competencias Genéricas

Se autodetermina y cuida de sí

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.

- CG1.1** Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.
- CG1.2** Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.
- CG1.3** Elige alternativas y cursos de acción con base en criterios sustentados y en el marco de un proyecto de vida.
- CG1.4** Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.
- CG1.5** Asume las consecuencias de sus comportamientos y decisiones.
- CG1.6** Administra los recursos disponibles teniendo en cuenta las restricciones para el logro de sus metas.

2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.

- CG2.1** Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de ideas, sensaciones y emociones.
- CG2.2** Experimenta el arte como un hecho histórico compartido que permite la comunicación entre individuos y culturas en el tiempo y el espacio, a la vez que desarrolla un sentido de identidad.
- CG2.3** Participa en prácticas relacionadas con el arte.

3. Elige y practica estilos de vida saludables.

- CG3.1** Reconoce la actividad física como un medio para su desarrollo físico, mental y social.
- CG3.2** Toma decisiones a partir de la valoración de las consecuencias de distintos hábitos de consumo y conductas de riesgo.
- CG3.3** Cultiva relaciones interpersonales que contribuyen a su desarrollo humano y el de quienes lo rodean.

Se expresa y comunica

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

- CG4.1** Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

- CG4.2** Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.
- CG4.3** Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.
- CG4.4** Se comunica en una segunda lengua en situaciones cotidianas.
- CG4.5** Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

Piensa crítica y reflexivamente

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

- CG5.1** Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- CG5.2** Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.
- CG5.3** Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.
- CG5.4** Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
- CG5.5** Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.
- CG5.6** Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

- CG6.1** Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
- CG6.2** Evalúa argumentos y opiniones e identifica prejuicios y falacias.
- CG6.3** Reconoce los propios prejuicios, modifica sus puntos de vista al conocer nuevas evidencias, e integra nuevos conocimientos y perspectivas al acervo con el que cuenta.
- CG6.4** Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Aprende de forma autónoma

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

- CG7.1** Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.
- CG7.2** Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.
- CG7.3** Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

Trabaja en forma colaborativa

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

- CG8.1** Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
- CG8.2** Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- CG8.3** Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Participa con responsabilidad en la sociedad

9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.

- CG9.1** Privilegia el diálogo como mecanismo para la solución de conflictos.
- CG9.2** Toma decisiones a fin de contribuir a la equidad, bienestar y desarrollo democrático de la sociedad.
- CG9.3** Conoce sus derechos y obligaciones como mexicano y miembro de distintas comunidades e instituciones, y reconoce el valor de la participación como herramienta para ejercerlos.
- CG9.4** Contribuye a alcanzar un equilibrio entre el interés y bienestar individual y el interés general de la sociedad.
- CG9.5** Actúa de manera propositiva frente a fenómenos de la sociedad y se mantiene informado.
- CG9.6** Advierte que los fenómenos que se desarrollan en los ámbitos local, nacional e internacional ocurren dentro de un contexto global interdependiente.

10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

- CG10.1** Reconoce que la diversidad tiene lugar en un espacio democrático de igualdad de dignidad y derechos de todas las personas, y rechaza toda forma de discriminación.
- CG10.2** Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.
- CG10.3** Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.

11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

- CG11.1** Asume una actitud que favorece la solución de problemas ambientales en los ámbitos local, nacional e internacional.
- CG11.2** Reconoce y comprende las implicaciones biológicas, económicas, políticas y sociales del daño ambiental en un contexto global interdependiente.
- CG11.3** Contribuye al alcance de un equilibrio entre los intereses de corto y largo plazo con relación al ambiente.

Competencias Disciplinarias Extendidas

CDECE1 Valora de forma crítica y responsable los beneficios y riesgos que trae consigo el desarrollo de la ciencia y la aplicación de la tecnología en un contexto histórico-social, para dar solución a problemas.

CDECE2 Evalúa las implicaciones del uso de la ciencia y la tecnología, así como los fenómenos relacionados con el origen, continuidad y transformación de la naturaleza para establecer acciones a fin de preservarla en todas sus manifestaciones.

CDECE3 Aplica los avances científicos y tecnológicos en el mejoramiento de las condiciones de su entorno social.

CDECE4 Evalúa los factores y elementos de riesgo físico, químico y biológico presentes en la naturaleza que alteran la calidad de vida de una población para proponer medidas preventivas.

CDECE5 Aplica la metodología apropiada en la realización de proyectos interdisciplinarios atendiendo problemas relacionados con las ciencias experimentales.

CDECE6 Utiliza herramientas y equipos especializados en la búsqueda.

CDECE7 Diseña prototipos o modelos para resolver problemas, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos, hechos o fenómenos relacionados con las ciencias experimentales.

CDECE8 Confronta las ideas preconcebidas acerca de los fenómenos naturales con el conocimiento científico para explicar y adquirir nuevos conocimientos.

CDECE9 Valora el papel fundamental del ser humano como agente modificador de su medio natural proponiendo alternativas que respondan a las necesidades del hombre y la sociedad, cuidando el entorno.

CDECE10 Resuelve problemas establecidos o reales de su entorno, utilizando las ciencias experimentales para la comprensión y mejora del mismo.

CDECE11 Propone y ejecuta acciones comunitarias hacia la protección del medio y la biodiversidad para la preservación del equilibrio ecológico.

CDECE12 Propone estrategias de solución, preventivas y correctivas, a problemas relacionados con la salud, a nivel personal y social, para favorecer el desarrollo de su comunidad.

CDECE13 Valora las implicaciones en su proyecto de vida al asumir de manera asertiva el ejercicio de su sexualidad, promoviendo la equidad de género y el respeto a la diversidad.

CDECE14 Analiza y aplica el conocimiento sobre la función de los nutrientes en los procesos metabólicos que se realizan en los seres vivos para mejorar su calidad de vida.

CDECE15 Analiza la composición, cambios e interdependencia entre la materia y la energía en los fenómenos naturales, para el uso racional de los recursos de su entorno.

CDECE16 Aplica medidas de seguridad para prevenir accidentes en su entorno y/o para enfrentar desastres naturales que afecten su vida cotidiana.

CDECE17 Aplica normas de seguridad para disminuir riesgos y daños a sí mismo y a la naturaleza, en el uso y manejo de sustancias, instrumentos y equipos en cualquier contexto.

BLOQUE I

Estática



HORAS:

12

Actividad integradora



Elaborar un prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio.

Propósito



Aplica las condiciones de equilibrio que tienen los diferentes sistemas de fuerza, elaborando prototipos u observando cuerpos en equilibrio, para analizar sus características en situaciones prácticas en su entorno y así favorecer su pensamiento crítico en la toma de decisiones.

Sesión 1



Horas:
3

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Sistemas de fuerzas: ● Coplanares concurrentes. ● Coplanares distribuidas. ● Localización del centro de gravedad de cuerpos regulares y homogéneos.	Distingue las características que deben cumplir los diferentes sistemas de fuerzas.	Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera sólida. Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Ejemplifica los diferentes sistemas de fuerzas, a través de prototipos para distinguir sus características y el uso apropiado en su entorno, externando un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria. Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto.		Elaborar un mapa conceptual. Resolver el problemario propuesto.

Sesión 2



Horas:
2

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Tipos de equilibrio: ● Traslación. ● Primera condición de equilibrio.	Distingue las características que deben cumplir los diferentes sistemas de fuerzas. Explica las condiciones que deben de cumplir los sistemas de fuerzas para que se den los diferentes tipos de equilibrio.	Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera sólida. Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto. Emplea de manera consciente e informada los conocimientos sobre cuerpos en equilibrio para reconocer las fuerzas que actúan sobre los mismos, resolviendo situaciones de su entorno que le permitan decidir sobre los materiales necesarios para el sostenimiento de un cuerpo en distintas condiciones.		Resolver el problemario propuesto.

Sesión 3



Horas:
7

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Tipos de equilibrio: ● Rotación: ● Momento o torque. ● Segunda condición de equilibrio. ● Localización del eje de rotación.	Explica las condiciones que deben de cumplir los sistemas de fuerzas para que se den los diferentes tipos de equilibrio.	Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera sólida. Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto. Emplea de manera consciente e informada los conocimientos sobre cuerpos en equilibrio para reconocer las fuerzas que actúan sobre los mismos, resolviendo situaciones de su entorno que le permitan decidir sobre los materiales necesarios para el sostenimiento de un cuerpo en distintas condiciones.		Resolver el problemario propuesto.

APRENDIZAJE ESPERADO:

Ejemplifica los diferentes sistemas de fuerzas, a través de prototipos para distinguir sus características y el uso apropiado en su entorno, externando un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.

Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto.

SESIÓN 1



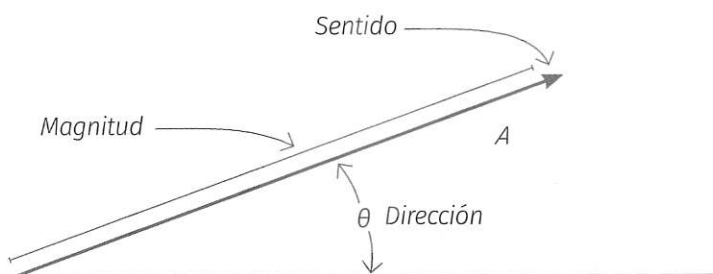
HORAS:

3



APERTURA

Recordemos que un vector es una magnitud física, la cual para definirse requiere no solo de una magnitud sino también de la dirección y sentido del mismo.



(Hibbeler, 2010)

Los vectores son magnitudes que utilizamos para representar diversas situaciones que utilizamos en nuestra vida diaria, como lo son posiciones, desplazamientos, velocidades, aceleraciones, fuerzas, etcétera.

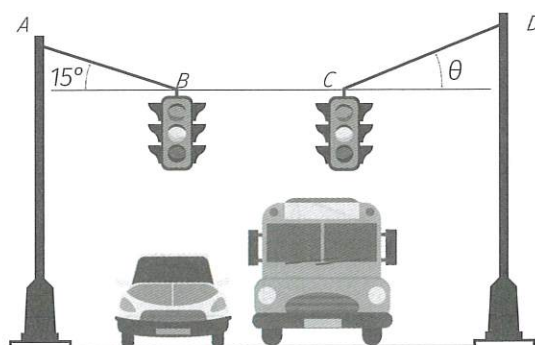
Observa cómo las siguientes situaciones cotidianas que se te presentan a continuación pueden ser modeladas mediante vectores:

- **Aceleración:** cuando le indicas la parada al autobús que te traslada a la escuela, el autobús se detiene, lo abor das y tomas asiento; este parte del reposo y en 30 segundos alcanza una velocidad de 40 km/h , durante este tiempo sientes cómo tu cabeza se mueve ligeramente hacia atrás.
- **Velocidad:** una vez que el autobús alcanzó la velocidad de 40 km/h , este mantendrá su velocidad sin variación durante un tiempo indeterminado hasta que le vuelvan a solicitar la parada.
- **Desplazamiento:** te encuentras sentado en tu salón y, tomando como referencia diversos elementos de tu aula, observas cómo tu profesor cambia de posición al moverse del escritorio a la puerta del salón y finalmente regresa al escritorio.

- **Posición:** estás acostado en tu recamara y, tomando como referencia diversos elementos que te rodean, localizas una mancha en la pared.
- **Fuerza:** en una fiesta de cumpleaños es frecuente ver que cuando una piñata cuelga de una cuerda, la cuerda que la sostiene se mantiene estirada.

Como podrás ver, todas las situaciones anteriores se representan con vectores para su estudio. La fuerza, es decir, las diversas interacciones entre dos o más cuerpos, es uno de los tipos de vectores que más utilizamos cuando analizamos diversas situaciones que ocurren a nuestro alrededor. Estas situaciones pueden ser muy simples, como el ejemplo de la piñata, hasta muy complejas, como la estructura de un edificio; para representar situaciones complejas es necesario utilizar sistemas de vectores.

En esta imagen podemos ver una serie de fuerzas que interactúan entre ellas para mantener la estabilidad de los dos semáforos y de los postes que los sostienen; este sistema está en equilibrio.



(Hibbeler, 2010)



Reto educativo

Describe con tus palabras qué es un sistema de fuerzas:

**DESARROLLO**

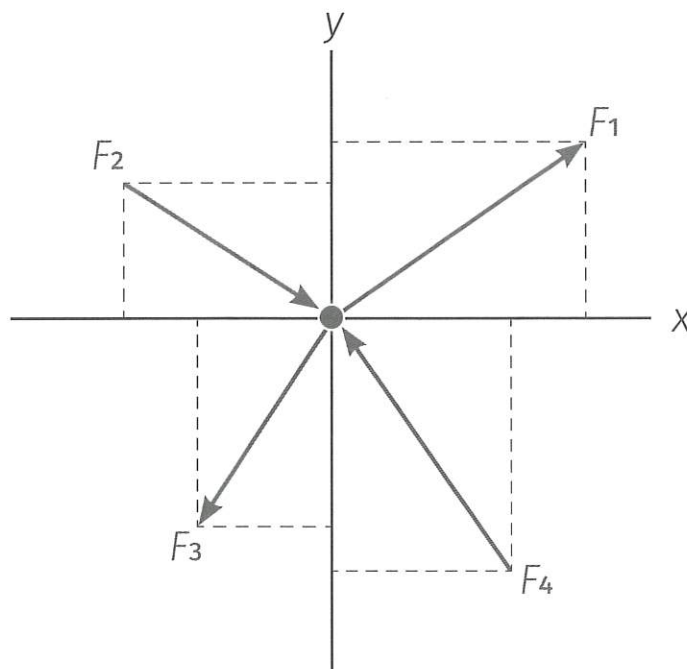
Sistemas de fuerzas

Un sistema de fuerzas estará definido por dos o más fuerzas actuando alrededor o sobre un mismo objeto; a cada una de estas fuerzas se les conoce como componentes del sistema y, en ocasiones, pueden ser sustituidas por una sola fuerza equivalente al efecto de todas las fuerzas que conforman al sistema, lo que se conoce como resultante del sistema.

Dependiendo del tipo de fuerzas, cada sistema tiene características especiales y propiedades acordes a estas características; algunos de estos sistemas ya fueron comentados en tu curso de Física I, como los sistemas coplanares y no coplanares. Vamos a hacer una revisión rápida a la clasificación de sistemas de fuerzas.

Sistemas de fuerzas coplanares

Un sistema de fuerzas coplanares es aquel en donde las líneas de acción de las fuerzas se encuentran localizadas en un mismo plano, por lo tanto, las x fuerzas podrán descomponerse en sus componentes rectangulares. Así mismo, un sistema de fuerzas coplanares se clasifica en concurrentes y distribuidas.

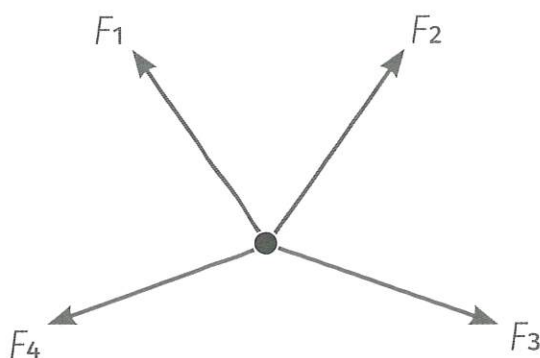


(Hibbeler, 2010)

Sistemas de fuerzas coplanares concurrentes

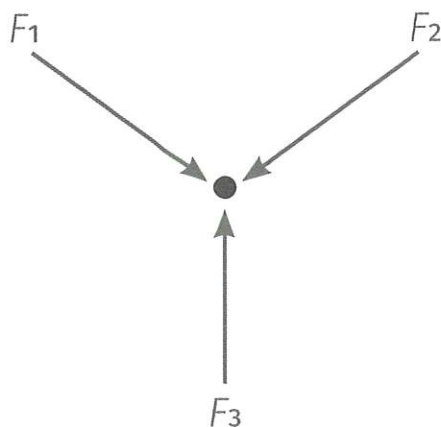
Son aquellos sistemas que fuerzas cuya línea de acción se corta en un mismo punto llamado punto de concurrencia; en este caso pueden presentarse dos situaciones distintas:

- **Sistemas divergentes.** Son sistemas cuyo punto de concurrencia se localiza en el punto de aplicación de todas las fuerzas del sistema, es decir las fuerzas actúan hacia afuera del punto de concurrencia.



(Hibbeler, 2010)

- **Sistemas convergentes.** Son sistemas en donde en el punto de concurrencia coinciden todos los extremos finales de los vectores, es decir, las puntas de flecha que nos indican el sentido del vector.



(Hibbeler, 2010)

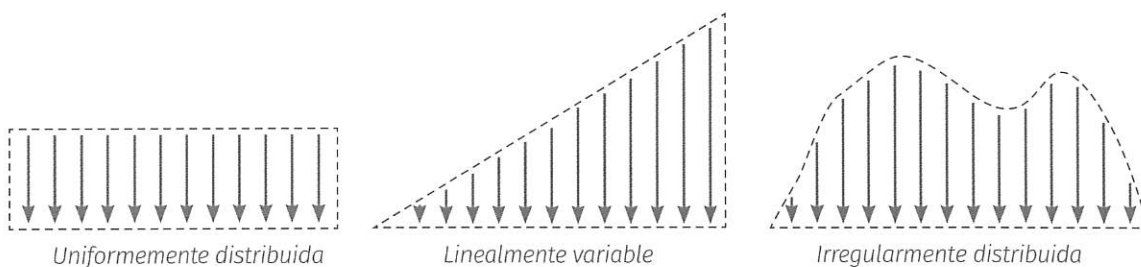
Sistemas de fuerzas coplanares distribuidas

Los sistemas de fuerzas distribuidas pueden representar fuerzas que se encuentran distribuidos a lo largo de una longitud, a través de una superficie o volumen. Un sistema de fuerzas distribuidas es aquel que está formado por un conjunto de fuerzas cuyas líneas de acción son paralelas y actúan a lo largo de una misma dirección y son utilizados para representar algunas situaciones como:

- El agua transportada dentro del depósito de una pipa.
- El granizo acumulado en la techumbre de una casa.
- El peso de los aficionados sentados en las gradas de un estadio.
- El peso del agua que actúa sobre la cortina de una presa o la tierra que actúa sobre un muro de contención.

Para obtener la resultante de un sistema de fuerzas distribuidas, debemos de realizar un proceso algo diferente al que se realiza cuando tenemos sistemas de fuerzas concurrentes. En el caso de un sistema de fuerzas distribuidas, dicho proceso consiste en reemplazar el conjunto de fuerzas por una fuerza puntual localizada en un punto (centro de gravedad) en donde producirá el mismo efecto en magnitud y dirección que todo el conjunto de las fuerzas distribuidas.

Si bien los sistemas de fuerzas distribuidas se utilizan para representar situaciones en donde las fuerzas actúan a lo largo de una longitud, de un área o de un volumen, en este curso solo nos vamos a enfocar en aquellos casos en los que estos sistemas de fuerzas actúan de forma longitudinal. En este caso, la distribución de las fuerzas puede ser uniforme, linealmente variable o irregular.



Un sistema de fuerzas uniformemente distribuidas y linealmente distribuidas conforman figuras regulares y homogéneas.

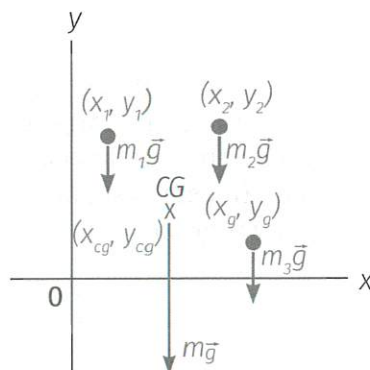
Para determinar la resultante de un sistema coplanar de fuerzas distribuidas, debemos de sustituir el sistema por una fuerza puntual que sea equivalente en magnitud a la suma de todas las fuerzas que conforman nuestro sistema y colocarla en un punto donde esta producirá el mismo efecto que el sistema de fuerzas distribuidas; a este punto se le conoce como centro de gravedad o centroide.

Centro de gravedad

Una de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es su propio peso, pero no actúa en un solo punto, sino que se distribuye en todo el objeto como si se tratara de moléculas individuales, cada una con su propio peso, es decir, algo así como un sistema de fuerzas paralelas, todas dirigidas hacia abajo debido al efecto de la gravedad. Si concentramos teóricamente el peso en un solo punto, este producirá un momento de torsión equivalente respecto a un eje determinado al momento de torsión resultante de todas las moléculas que forman parte del objeto. Ese punto donde podemos concentrar todo el peso de un cuerpo se llama centro de gravedad.

El centro de gravedad de un cuerpo regular, como una esfera uniforme, un cubo, una varilla, una viga, etc. se localiza en su centro geométrico. Por esa razón, en los problemas que vamos a ver a continuación, el peso de los elementos se localizará en su centro pero no necesariamente el centro de gravedad se localizará siempre sobre el elemento de estudio, por ejemplo, el centro de gravedad de un anillo o una esfera hueca está fuera del material que forma parte del objeto.

Una característica muy notable del centro de gravedad es que si logramos apoyar cualquier objeto, ya sea regular o irregular, en su centro de gravedad, podremos poner este cuerpo en equilibrio.



(Serway & Vuille, 2018)

Para encontrar el centro de gravedad vamos a proceder con el siguiente análisis: si igualamos todos los torques producidos por cada una de las partículas individuales con el torque producido por el peso concentrado en su centro de gravedad, tendremos lo siguiente:

$$m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3 + \dots = (m_1 \cdot g + m_2 \cdot g + m_3 \cdot g + \dots) \cdot x_{cg}$$

Supongamos que la aceleración de la gravedad es la misma en cada una de las partículas:

$$x_{cg} = \frac{m_1 \cdot g \cdot x_1 + m_2 \cdot g \cdot x_2 + m_3 \cdot g \cdot x_3 + \dots}{m_1 \cdot g + m_2 \cdot g + m_3 \cdot g + \dots} = \frac{\sum m_i \cdot x_i \cdot g}{\sum m_i \cdot g}$$

Podemos simplificar la aceleración de la gravedad en la ecuación anterior:

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}$$

En donde x_{cg} es la componente x del centro de gravedad. Procedemos de la misma manera en el sentido de las y , de tal manera que el centro de gravedad de un cuerpo estará definido por:

$$x_{cg} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}$$

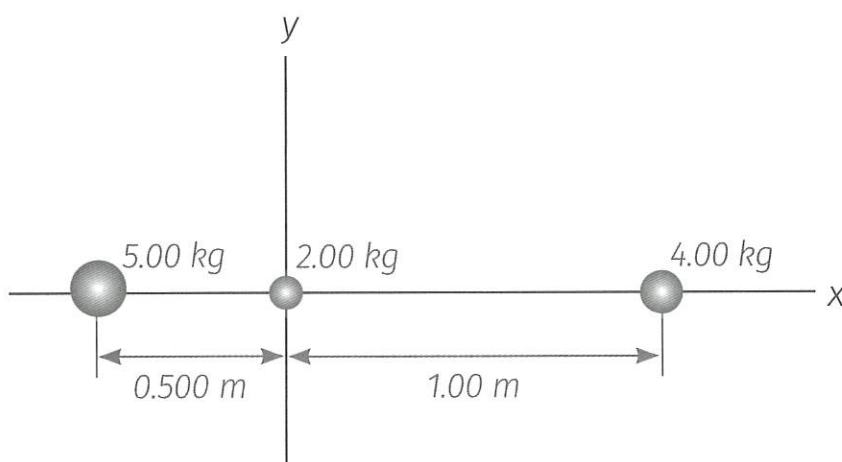
$$y_{cg} = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}$$

Tal vez esto te desconcierte, pero es más sencillo de lo que tú crees.



Ejemplo 1

Si tenemos una masa de 5 kg localizada en $(-0.50, 0)$, otra de 4 kg en $(1, 0)$ y otra de 2 kg en el origen, tal como lo muestra la figura, determina el centro de gravedad de este sistema de objetos (Serway & Vuille, 2018).



(Serway & Vuille, 2018)

Sustituyendo en las fórmulas de centro de gravedad:

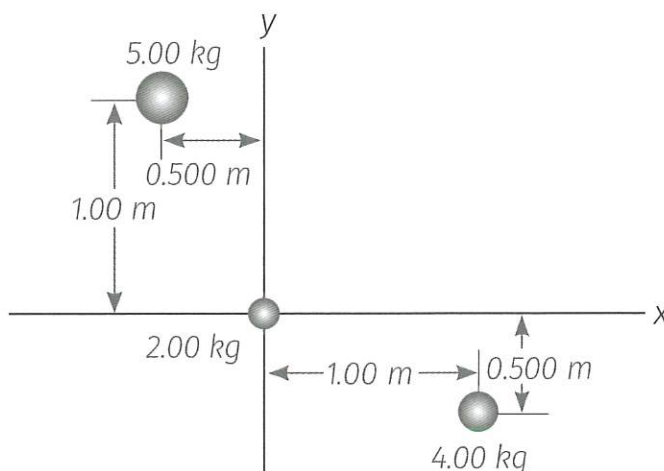
$$x_{cg} = \frac{(5\text{ kg})(-0.5\text{ m}) + (4\text{ kg})(1\text{ m}) + (2\text{ kg})(0\text{ m})}{5\text{ kg} + 4\text{ kg} + 2\text{ kg}} = 0.1364\text{ m}$$

$$y_{cg} = \frac{(5\text{ kg})(0\text{ m}) + (4\text{ kg})(0\text{ m}) + (2\text{ kg})(0\text{ m})}{5\text{ kg} + 4\text{ kg} + 2\text{ kg}} = 0\text{ m}$$

El centro de gravedad de este sistema de objetos está en:

$$cg(0.1364\text{ m}, 0.0000\text{ m})$$

Supongamos que ahora la masa de 5 kg está localizada en $(-0.5, 1)$ y los 4 kg en $(1, -0.5)$. ¿Cómo cambiará el centro de gravedad de este sistema de objetos?



(Serway & Vuille, 2018)

Como las abscisas de los puntos son las mismas, la expresión se mantiene igual:

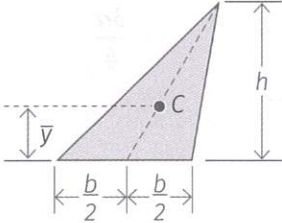
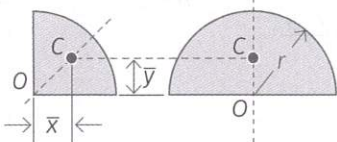
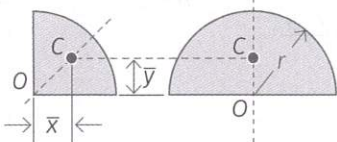
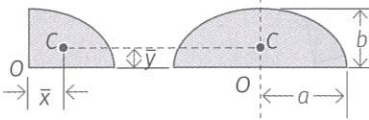
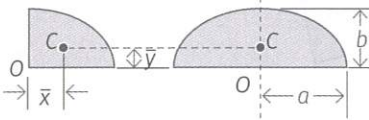
$$x_{cg} = \frac{(5\text{ kg})(-0.5\text{ m}) + (4\text{ kg})(1\text{ m}) + (2\text{ kg})(0\text{ m})}{5\text{ kg} + 4\text{ kg} + 2\text{ kg}} = 0.1364\text{ m}$$

$$y_{cg} = \frac{(5\text{ kg})(1\text{ m}) + (4\text{ kg})(-0.5\text{ m}) + (2\text{ kg})(0\text{ m})}{5\text{ kg} + 4\text{ kg} + 2\text{ kg}} = 0.2727\text{ m}$$

Así que el nuevo centro de gravedad del sistema es:

$$cg(0.1364\text{ m}, 0.2727\text{ m})$$

Cuando tenemos elementos geométricos más complejos, como áreas y volúmenes de materiales homogéneos, el procedimiento anterior se replica para un número infinito de partículas. El análisis de formas irregulares, ya sean áreas o volúmenes de materiales homogéneos, requieren de la aplicación de cálculo integral, algo que en estos momentos no estamos en condiciones de utilizar. Sin embargo, en esta guía usaremos formas geométricas regulares cuyo centro de gravedad se encuentra al centro de su longitud, como lo es una barra o viga de material homogéneo, o en el caso de formas, como rectángulos, triángulos, círculos, etcétera, utilizaremos la siguiente tabla de centroides de áreas de uso común, el uso de centroides de volúmenes se sale del alcance de nuestro programa de estudios.

Forma	Diagrama	$\bar{x}$	$\bar{y}$	Área
Área triangular			$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$
Un cuarto de área circular		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$
Área semicircular		0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$
Un cuarto de área elíptica		$\frac{4a}{3\pi}$	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{4}$
Área semielíptica		0	$\frac{4b}{3\pi}$	$\frac{\pi ab}{2}$

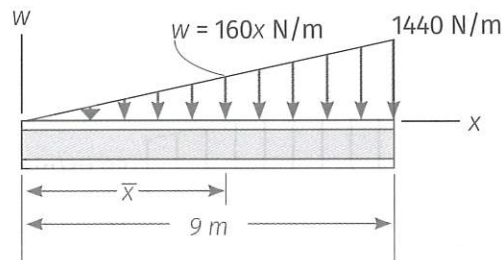
Forma	Diagrama	$\bar{x}$	$\bar{y}$	Área
Área semiparabólica		$\frac{3a}{8}$	$\frac{3h}{5}$	$\frac{2ah}{3}$
Área parabólica		0	$\frac{3h}{5}$	$\frac{4ah}{3}$
Enjuta parabólica		$\frac{3a}{4}$	$\frac{3h}{10}$	$\frac{ah}{3}$
Enjuta general		$\left(\frac{n+1}{n+2}\right)(a)$	$\left(\frac{n+1}{4n+2}\right)(a)$	$\frac{ah}{n+1}$
Sector circular		$\frac{2rsena}{3a}$	0	ar^2

(Beer, Johnston, Mazurek et al., 2010)



Ejemplo 2

Una carga distribuida actúa sobre la superficie superior de la viga que se muestra en la figura. Determina la magnitud y ubicación de la fuerza resultante equivalente (Hibbeler, 2010).



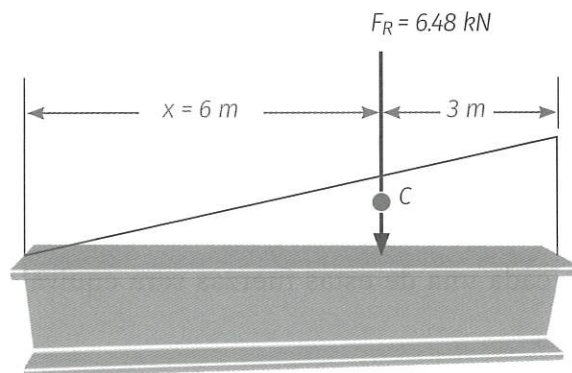
(Hibbeler, 2010)

Este sistema de fuerzas distribuidas lo vamos a sustituir por una fuerza equivalente que tenga el mismo efecto que en su conjunto produce la carga distribuida. La magnitud de esa fuerza es equivalente al área del triángulo:

$$F_R = \frac{(9\text{ m})(1,440\text{ N/m})}{2} = 6,480\text{ N} = 6.480\text{ kN}$$

Esta fuerza resultante pasa por el centroide del triángulo, el cual, según la tabla de centroides de áreas de uso común, pasa en:

$$x = \left(\frac{2}{3}\right)(9\text{ m}) = 6\text{ m}$$



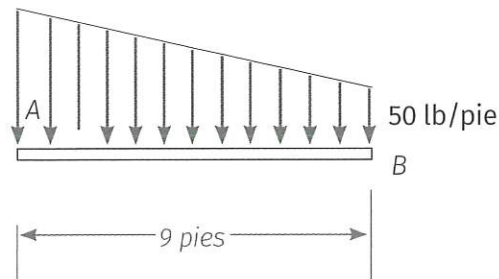
(Hibbeler, 2010)

$$F_R = 6.48\text{ kN y } x = 6\text{ m}$$



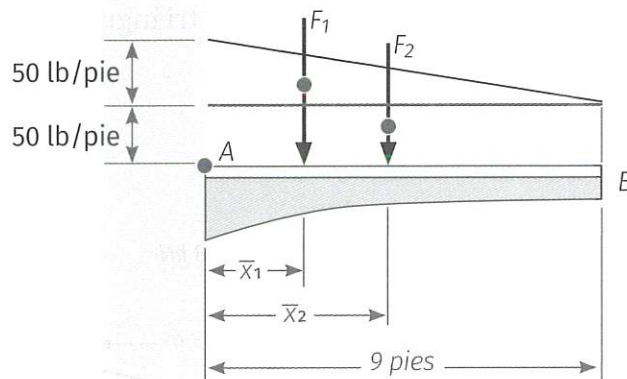
Ejemplo 3

Después de una tormenta atípica que cayó en la ciudad de Oaxaca, una gran cantidad de granizo quedó almacenado sobre una marquesina, ejerciendo sobre de ella una carga distribuida como se muestra en la siguiente figura. Determina la magnitud y ubicación de la resultante equivalente a este sistema de fuerzas.



(Hibbeler, 2010)

En este caso podemos dividir el área de la carga distribuida en dos áreas, un rectángulo y encima de este un triángulo, como se muestra a continuación:



(Hibbeler, 2010)

La magnitud para cada una de estas fuerzas será equivalente al área de cada una de las figuras:

$$F_1 = \frac{(9 \text{ pies})(1,440 \text{ lb / pies})}{2} = 225 \text{ lb}$$

$$F_2 = (9 \text{ pies})(50 \text{ lb/pies}) = 450 \text{ lb}$$

Por lo tanto, la fuerza resultante es:

$$F_R = F_1 + F_2 = 225 \text{ lb} + 450 \text{ lb} = 675 \text{ lb}$$

F_1 y F_2 actúan en x_1 y x_2 respectivamente, según la tabla de centroides de áreas de uso común, su línea de acción pasa por:

$$\bar{x}_1 = \left(\frac{1}{3}\right)(9 \text{ pies}) = 3 \text{ pies}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{9 \text{ pies}}{2} = 4.5 \text{ pies}$$

Nos vamos a adelantar un poco y plantearemos la segunda condición de equilibrio en el punto A, de tal manera que:

$$F_R \cdot \bar{x} = F_1 \cdot \bar{x}_1 + F_2 \bar{x}_2$$

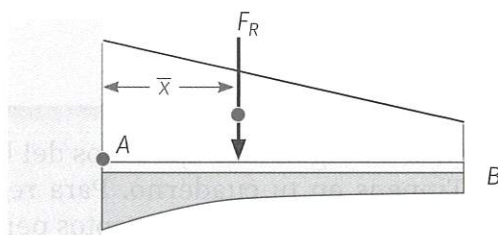
$$(675 \text{ lb})\bar{x} = (225 \text{ lb})(3 \text{ pies}) + (450 \text{ lb})(4.5 \text{ pies})$$

De la expresión anterior despejamos:

$$\bar{x} = \frac{2,700 \text{ lb} \cdot \text{pies}}{675 \text{ lb}} = 4 \text{ pies}$$

Por lo tanto, la fuerza resultante del sistema de fuerzas distribuidas y su localización quedan descritos por la siguiente figura:

$$F_R = 675 \text{ lb y } x = 4 \text{ pies}$$



(Hibbeler, 2010)



Reto educativo 1

De manera individual, elabora un mapa conceptual relacionado con el concepto de sistemas de fuerzas, que involucre su definición y los diferentes tipos de sistemas de fuerzas que se presentan en la física. Para su elaboración, apóyate de los criterios que serán considerados para su evaluación en el instrumento LC1-B1- TSF1; con ello se promueve el atributo 4.1.



Reto educativo 2

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios:

1. Si tenemos las siguientes masas: 5 kg localizada en (1, 2), 3 kg en (-4, 1), 2 kg en (-4, -3) y 4 kg en (3, -5). Grafica las masas en el plano cartesiano y determina el centro de gravedad de este sistema de objetos.

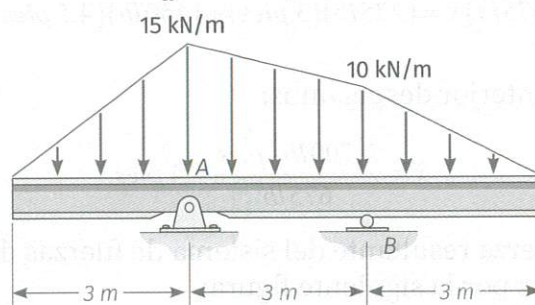
$$\text{R. } x_{cg} = -0.2143 \text{ y } y_{cg} = -0.9286$$

2. Si tenemos las siguientes masas: 1 kg localizada en (1, 2), 2 kg en (-3, 5), 4 kg en (-5, -8), 3 kg en (7, -8) y 2 kg en (5, 1). Grafica las masas en el plano cartesiano y determina el centro de gravedad de este sistema de objetos.

$$\text{R. } x_{cg} = -0.8753 \text{ y } y_{cg} = -5.625$$

3. Reemplaza la carga distribuida por una fuerza resultante equivalente y especifica su ubicación sobre la viga medida desde el punto A.

$$\text{R. } F_R = 30 \text{ kN y } x = 3.4 \text{ m}$$



(Hibbeler, 2010)



Reto educativo 1

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens en tu cuaderno. Para realizarlos y obtengas un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate de los criterios de evaluación del instrumento LC2-B1-TSF1.

1. Si tenemos las siguientes masas: 3 kg localizada en (4, 5), 2 kg en (-3, 4), 1 kg en (-1, -5), 2 kg en (4, -2). Grafica las masas en el plano cartesiano y determina el centro de gravedad de este sistema de objetos.

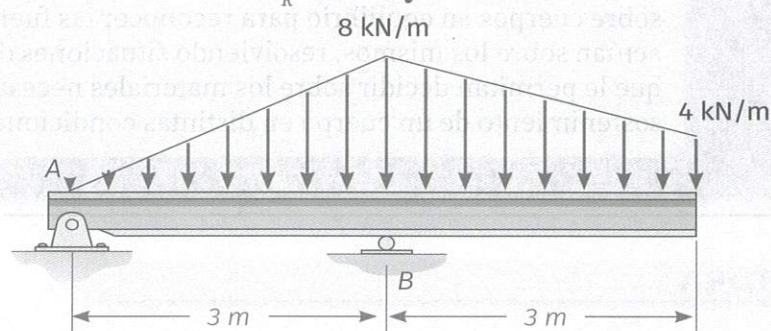
$$\text{R. } x_{cg} = 1.625 \text{ y } y_{cg} = 1.725$$

2. Si tenemos las siguientes masas: 12 kg localizada en (10, 12), 9 kg en (-8, 9), 6 kg en (-6, -6), 3 kg en (4, -3) y 2 kg en (2, 0). Grafica las masas en el plano cartesiano y determina el centro de gravedad de este sistema de objetos.

$$\text{R. } x_{cg} = 0.875 \text{ y } y_{cg} = -5.625$$

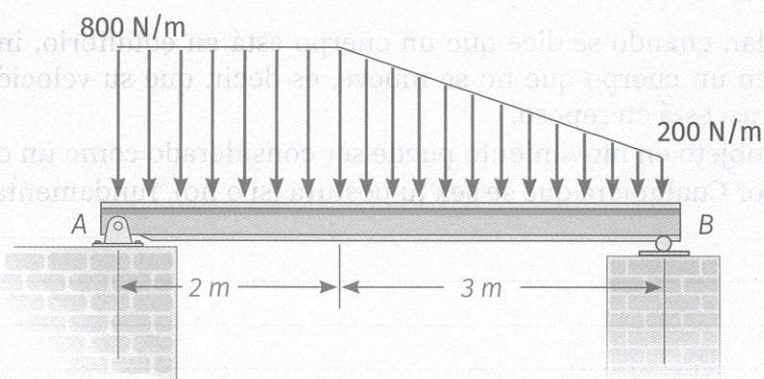
3. Reemplaza la carga distribuida por una fuerza resultante equivalente y especifica su ubicación sobre la viga medida desde el punto A.

R. $F_R = 30 \text{ kN}$ y $x = 3.4 \text{ m}$



(Hibbeler, 2010)

4. Reemplaza la carga distribuida por una fuerza resultante equivalente y especifica su ubicación medida desde el punto A.



(Hibbeler, 2010)



CIERRE



Reto educativo

Discute con tus compañeros y docente tus reflexiones acerca de los aprendizajes obtenidos durante esta sesión y aplicación de los mismos en tu vida cotidiana. Con esto promueves la competencia disciplinar 7.

SESIÓN 2



HORAS:

2

APRENDIZAJE ESPERADO:

Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto. Emplea de manera consciente e informada los conocimientos sobre cuerpos en equilibrio para reconocer las fuerzas que actúan sobre los mismos, resolviendo situaciones de su entorno que le permitan decidir sobre los materiales necesarios para el sostenimiento de un cuerpo en distintas condiciones.



APERTURA



Reto educativo

Tipos de equilibrio

Por lo regular, cuando se dice que un cuerpo está en equilibrio, inmediatamente pensamos en un cuerpo que no se mueve, es decir, que su velocidad es cero; en otras palabras, está en reposo.

1. ¿Un objeto en movimiento puede ser considerado como un cuerpo en equilibrio? Cualquiera que se sea tu postura (sí o no), fundamenta tu respuesta.

2. Escribe con tus palabras en qué consiste la primera Ley de Newton.

En coordinación con tu docente, comenta con tus compañeros tu respuesta y después continúa tu lectura.

La primera Ley de Newton, en su definición más estricta, nos define uno de los principios fundamentales de la física clásica, que es el principio de la inercia, es decir la resistencia que presenta un cuerpo a cambiar su estado de movimiento. Dicho de otra manera, a la oposición del cuerpo a salir del reposo o de cambiar su velocidad. No podemos entender el concepto de equilibrio sin entender los alcances de la Primera Ley de Newton, la cual no solo se limita a definir un concepto tan importante como la inercia; desde la perspectiva de la Primera Ley de Newton podemos afirmar que todo cuerpo permanece en reposo o con una velocidad constante a menos que un agente externo no equilibrado actúe sobre de él; es decir, que para que un cuerpo esté en equilibrio, esos agentes externos que actúan sobre dicho cuerpo se anulan mutuamente.



Reto educativo

Investiga los tipos de equilibrio que puede manifestar un cuerpo y responde lo siguiente:

1. ¿Cuáles podrían ser estos agentes externos a los que se hacen referencia en el párrafo anterior, que pueden provocar que un cuerpo salga del equilibrio?

2. En coordinación con tu docente, comenta con tus compañeros tu respuesta y después continúa tu lectura.



DESARROLLO

Traslación

Uno de los efectos que se produce cuando aplicamos una fuerza sobre un objeto es el de la traslación, que no es más que el movimiento de un cuerpo a lo largo de una dirección determinada; así, si tomamos al plano cartesiano como nuestro marco de referencia, la traslación de un cuerpo se puede presentar a lo largo de la dirección X, dirección Y o una combinación de ambas direcciones y la única manera en la que podemos trasladar un cuerpo en cualquiera de las direcciones antes mencionadas es mediante la interacción con fuerzas externas. Es por ello que la fuerza se puede ver como el agente externo que se menciona en la Primera Ley de Newton y que debemos de tomar en cuenta al momento de revisar el equilibrio de un cuerpo.

Primera condición de equilibrio

En el caso de la primera condición de equilibrio, para poder analizar el equilibrio de un cuerpo, vamos a reducir nuestro análisis a una partícula sobre la cual deberán de actuar todas o la gran mayoría del conjunto de las fuerzas externas que actúan sobre nuestro cuerpo de estudio.

De tal manera que una partícula en equilibrio se mantiene en reposo o moviéndose a una velocidad constante (es decir sin aceleración traslacional) si la suma vectorial de todas fuerzas que actúan sobre de la partícula es cero; es decir, se debe cumplir que:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

Esto se debe cumplir en todas las direcciones de nuestro plano cartesiano:

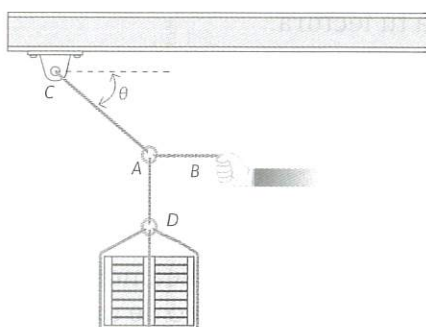
$$\Sigma \vec{F}_x = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$



Ejemplo 4

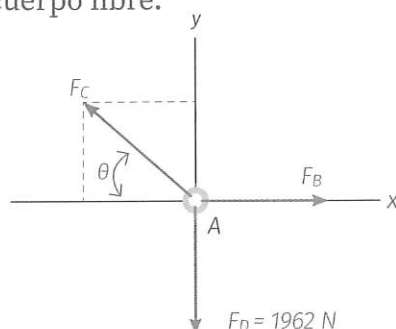
Una caja de 200 kg como la que se muestra en la siguiente figura está suspendida por las cuerdas AB y AC. Cada cuerda puede soportar una fuerza máxima de 10 kN antes de que se rompa. Si AB siempre permanece horizontal, determina el ángulo mínimo θ al que se puede suspender la caja antes de que se rompa una de las cuerdas (Hibbeler, 2010).



(Hibbeler, 2010)

Debido a que la masa de la caja que es de 200 kg, $F_D = (200 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 1,962 \text{ N}$, por lo tanto, $F_D < 10,000 \text{ N}$, la tensión de trabajo del cable F_D es segura. De igual

manera que en el ejemplo anterior, haremos la representación de las fuerzas involucradas en un diagrama de cuerpo libre.



(Hibbeler, 2010)

A partir de nuestro diagrama planteamos nuestras ecuaciones de equilibrio:

$$\sum f_x = 0$$

$$F_B - F_C \cdot \cos \theta = 0$$

(Primera ecuación de equilibrio)

$$\sum f_y = 0$$

$$F_C \cdot \sin \theta - F_D = 0$$

(Segunda ecuación de equilibrio)

Con las dos ecuaciones de equilibrio, hemos planteado un sistema de ecuaciones simultáneas de 2×2 , en donde nuestro objetivo es encontrar el ángulo máximo θ que pueden soportar los cables del sistema. Despejemos F_C de la primera ecuación de equilibrio:

$$F_C = \frac{-F_B}{-\cos \theta} = \frac{F_B}{\cos \theta}$$

(Tercera ecuación de equilibrio)

Esta expresión resulta muy importante ya que a partir de ella podemos observar que el caso más favorable entre F_C y F_B se va a presentar cuando $\theta = 90^\circ$; en ese caso, como $\cos(90^\circ) = 1$, $F_C = F_B$, por lo tanto, para ángulos comprendidos en el intervalo de $0 \leq \theta < 90$ se cumple $F_C > F_B$, así que, de los dos cables, el primero en alcanzar la tensión crítica de $10,000 \text{ N}$ será F_C , es decir, consideraremos que $F_C = 10,000 \text{ N}$. Con esta conclusión pasamos ahora a la segunda ecuación de equilibrio:

$$F_C \cdot \sin \theta - F_D = 0$$

De esta ecuación tendremos que:

$$\sin \theta = \frac{F_D}{F_C}$$

Dado que $F_D = 1,962 \text{ N}$, consideraremos que $F_C = 10,000 \text{ N}$.

$$\text{sen}\theta = \frac{1,962\text{ N}}{10,000\text{ N}} = 0.1962$$

De esta manera, el ángulo se obtiene fácilmente:

$$\theta = \text{sen}^{-1}(0.1962) = 11.31^\circ$$

Este ángulo será el máximo que soportará nuestro sistema antes de que $F_C = 10,000\text{ N}$ y se corra el riesgo de que se rompa el cable.

Reemplazando este ángulo θ y F_C en la primera ecuación de equilibrio:

$$F_B - F_C \cdot \cos \theta = 0$$

$$F_B = F_C \cdot \cos \theta$$

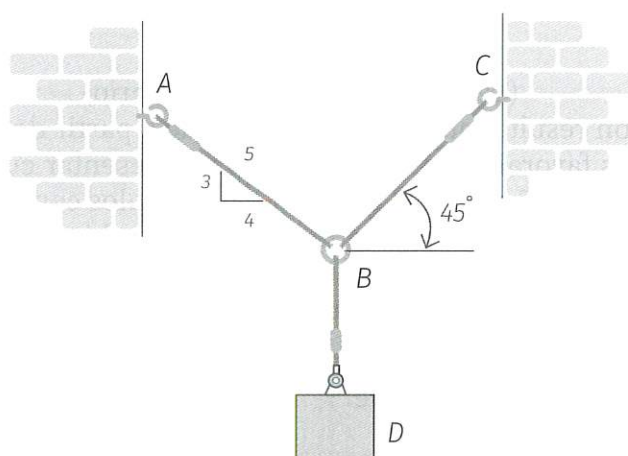
$$F_B = (10,000\text{ N}) \cdot \cos(11.32) = 9,805.64\text{ N}$$

$$F_B = 9.806\text{ kN}$$



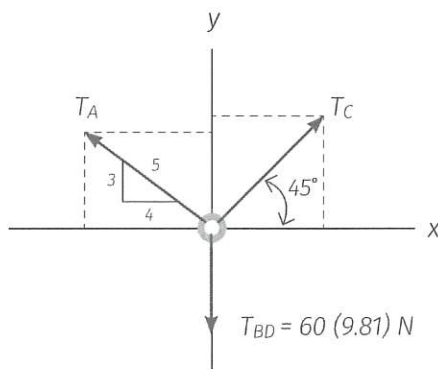
Ejemplo 5

Determina la tensión necesaria en los cables AB y BC para sostener un cilindro de 60 kg, como en la siguiente figura (Hibbeler, 2010):



(Hibbeler, 2010)

Primero debemos elaborar el diagrama de cuerpo libre de la situación planteada para tener una mejor visualización de las fuerzas involucradas.



Si la masa del cilindro es de 60 kg , el peso del cilindro será:

$$T_D = (60 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 588 \text{ N}$$

A partir del diagrama de cuerpo libre planteamos nuestras ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$T_C \cos(45^\circ) - T_A \left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

(Primera ecuación de equilibrio)

$$\Sigma \vec{F}_y = 0$$

$$T_C \sin(45^\circ) + T_A \left(\frac{3}{5}\right) - T_D = 0$$

$$T_C \sin(45^\circ) + T_A \left(\frac{3}{5}\right) = T_D$$

(Segunda ecuación de equilibrio)

Con las dos ecuaciones de equilibrio tenemos planteado un sistema de ecuaciones simultáneas de 2×2 . Resolvamos este sistema por el método de sustitución.

De la primera ecuación de equilibrio despejemos T_C :

$$T_C = \frac{4(T_A)}{5 \cos(45^\circ)}$$

(Tercera ecuación de equilibrio)

Sustituyamos T_C en la segunda ecuación de equilibrio:

$$\left(\frac{4(T_A)}{5 \cos(45^\circ)}\right)(\sin(45^\circ)) + (T_A)\left(\frac{3}{5}\right) = T_D$$

Recordemos que $\frac{\sin(45^\circ)}{\cos(45^\circ)} = \tan(45^\circ)$ y que $T_D = 588 \text{ N}$, entonces tenemos:

$$\frac{4(T_A)(\tan(45^\circ))}{5} + (T_A)\left(\frac{3}{5}\right) = 588 \text{ N}$$

Ya que $\tan(45^\circ) = 1$, entonces:

$$\frac{4(T_A)}{5} + \frac{3(T_A)}{5} = 588 \text{ N}$$

$$\frac{7(T_A)}{5} = 588 \text{ N}$$

$$T_A = \frac{(5)(588 \text{ N})}{7} = 420 \text{ N}$$

Ahora sustituycamos T_A en la tercera ecuación de equilibrio:

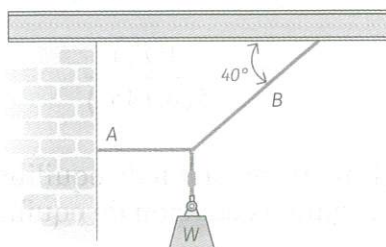
$$T_C = \frac{(4)(420 \text{ N})}{5 \cos(45^\circ)} = 475.18 \text{ N}$$



Reto educativo 6

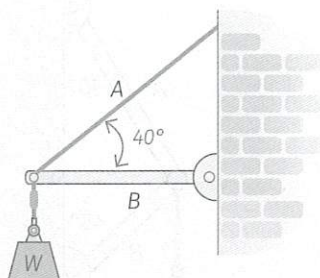
De manera individual, realiza los siguientes ejercicios del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens en tu cuaderno. Para realizarlos y obtener un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B1-TSF1.

1. Si el peso máximo que soporta el cable de la figura es de $W = 400 \text{ N}$, ¿Cuál es la tensión en las cuerdas A y B? R. A = 476.70 N, B = 622.29 N



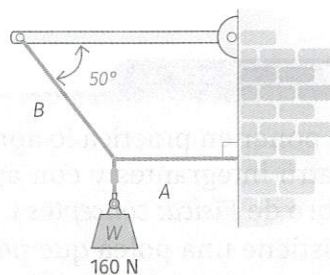
2. Si el cable A de la figura tiene una resistencia a la rotura de 200 N, ¿cuál es la fuerza que tiene que soportar el elemento B? ¿Cuál es el máximo peso que este dispositivo puede soportar?

R. $B=153.21\text{ N}$ y $W=128.56\text{ N}$

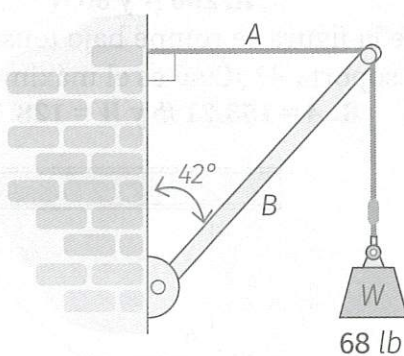


3. Calcula la tensión en las cuerdas A y B de la figura.

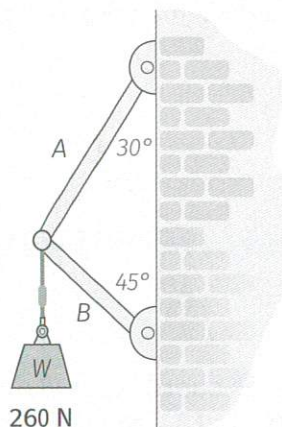
R. $A=134.26\text{ N}$, $B=208.87\text{ N}$



4. Hallar la tensión en el cable y la compresión en la viga de la figura.



5. Hallar las fuerzas en las tablas ligeras de la figura e indicar si estas se encuentran bajo tensión o bajo compresión.



Reto educativo 7

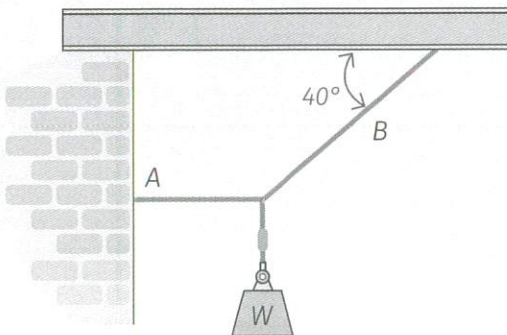
Ha llegado el momento de poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens.

1. Una sola cadena sostiene una polea que pesa 40 N y se conectan dos pesas idénticas de 80 N con una cuerda que pasa por la polea. ¿Cuál es la tensión en la cadena que sostiene todo el conjunto? ¿Cuál es la tensión en cada una de las cuerdas?

R. 200 N y 80 N

2. Si la cuerda B de la figura se rompe bajo tensiones mayores de 200 lb , ¿cuál es la fuerza que soporta A? ¿Cuál es el máximo peso W que puede soportar?

R. $A = 153.21\text{ lb}$ y $W = 128.56\text{ lb}$



3. Un bloque de 70 N reposa sobre un plano inclinado a 35° . Calcula la fuerza normal y halla la fuerza de fricción por la cual el bloque no resbala.

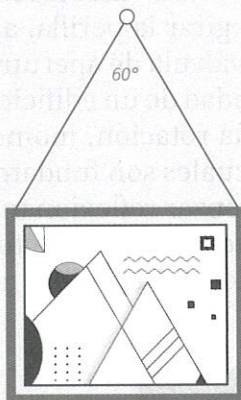
R. $N = 153.21\text{ lb}$ y $W = 128.56\text{ lb}$

4. Un semáforo cuelga del punto medio de un cable de 30 m de tendido entre dos postes. Halla la tensión en cada segmento del cable si este tiene un pandeo que lo hace descender una distancia vertical de 1 m .

R. $T_1 = T_2 = 601.33\text{ N}$

5. Un cuadro de 20 N se cuelga de un clavo, como lo indica la figura, de manera que las cuerdas que lo sostienen forman un ángulo de 60° . ¿Cuál es la tensión en cada segmento de la cuerda?

R. $T_1 = T_2 = 11.55\text{ N}$



Con apoyo de tus compañeros y docente, revisa los ejercicios realizados en esta actividad para evaluar los procedimientos y resultados, aclarar dudas y dificultades presentadas durante la resolución de los mismos, para así detectar áreas de oportunidad y reforzar aquellos conceptos que así lo requieran.



CIERRE



Reto educativo

Discute con tus compañeros y docente tus reflexiones acerca de los aprendizajes obtenidos durante esta sesión y aplicación de los mismos en tu vida cotidiana. Con esto promueves la competencia disciplinar 7.

SESIÓN 3



HORAS:

7

APRENDIZAJE ESPERADO:

Demuestra de forma colaborativa y disposición al trabajo metódico y organizado las características de los sistemas de fuerza, para identificar mecanismos en reposo, explicando su cumplimiento y reproducción en situación de su contexto. Emplea de manera consciente e informada los conocimientos sobre cuerpos en equilibrio para reconocer las fuerzas que actúan sobre los mismos, resolviendo situaciones de su entorno que le permitan decidir sobre los materiales necesarios para el sostenimiento de un cuerpo en distintas condiciones.



APERTURA

Los conceptos de rotación y torque están vinculados íntimamente a nuestra vida diaria, desde situaciones tan simples como girar la perilla, al abrir y jalar la puerta para que gire alrededor de las bisagras, al girar la válvula de apertura de una llave del lavabo, hasta situaciones tan complejas como la estabilidad de un edificio. En esta sesión vamos a revisar estos interesantes conceptos, como lo es la rotación, momento o torque, segunda condición de equilibrio y centro de gravedad, los cuales son fundamentales durante los primeros semestres de una ingeniería. Vamos a comenzar reflexionando con estas sencillas preguntas, por lo que es importante que las respondas a partir de tus conocimientos previos; los únicos recursos serán tus conocimientos e ideas adquiridas anteriormente.



Reto educativo

1. ¿Qué entiendes por rotación?

2. ¿Cómo aplicarías la Primera Ley de Newton en el caso de aquellos cuerpos que se mueven a lo largo de una trayectoria circular?

3. ¿Qué es el momento?

4. ¿Qué es el torque?

5. ¿Qué diferencia encuentras entre estos dos conceptos?

6. Menciona al menos tres situaciones de nuestra vida diaria en donde utilices momento o torque:



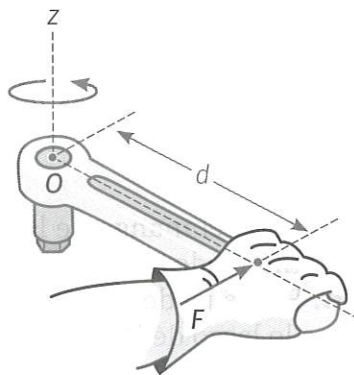
DESARROLLO

Rotación

Otro de los efectos que puede producir la aplicación de una fuerza es la rotación de un cuerpo alrededor de un eje, es decir, que se mueva a lo largo de una trayectoria circular; ahora, el agente externo, torque (momento de torsión), aparece como un elemento fundamental para motivar que un cuerpo salga del reposo o modifique su velocidad angular, es decir, se acelere angularmente alrededor de un eje determinado. Dicho de otro modo, mientras que la fuerza provoca aceleraciones a lo largo de una línea recta, el torque producirá una aceleración angular, sin embargo, la relación entre fuerza y torque es muy estrecha, ya que para tener un momento de torsión se requiere de una fuerza y de un brazo de palanca.

Momento o torque

Si una fuerza se aplica a un cuerpo y esta fuerza le produce una tendencia a girar alrededor de un eje de rotación; esta tendencia a girar se le conoce como par de torsión o, simplemente, momento de torsión o torque. Para determinar el torque es necesario tomar en consideración dos elementos: la intensidad de la fuerza y el brazo de palanca. El brazo de palanca es la distancia perpendicular desde la línea de acción de la fuerza hasta el punto alrededor de la cual tiende a girar la figura.



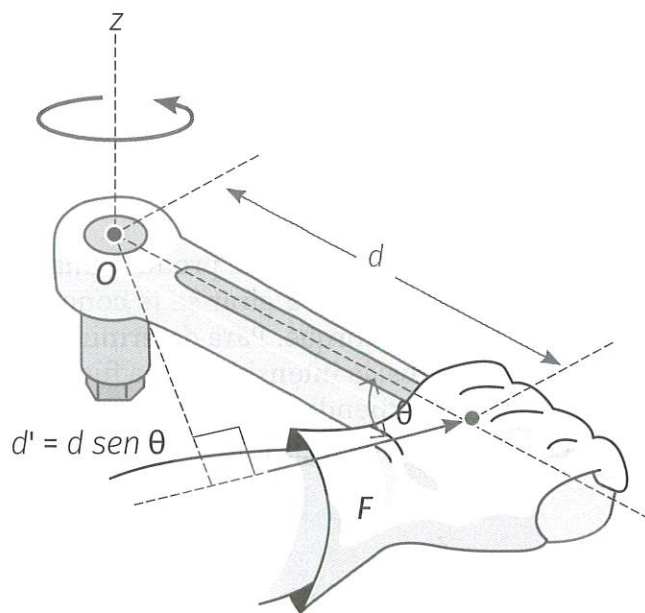
(Hibbeler, 2010)

Consideremos el caso en el que se desea hacer girar una tuerca, para realizar esta tarea requerimos de una herramienta especial, como lo puede ser una llave española, una llave perica, etc. Al aplicar una fuerza por medio del mango de la llave, produciremos un momento de torsión, cuya magnitud depende de la magnitud del producto de la fuerza y del brazo de palanca, es decir, la distancia perpendicular al eje de rotación de nuestra tuerca (punto O). Tanto la fuerza como la distancia son directamente proporcionales al momento de torsión, es decir:

$$M_o = \tau_o = F \cdot d$$

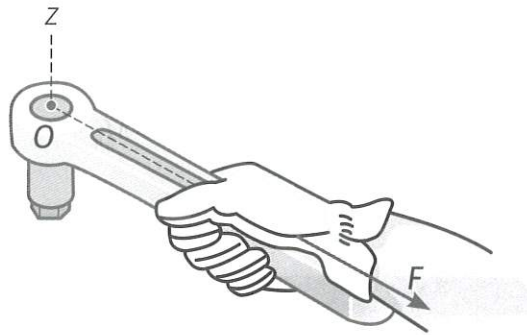
Si la fuerza forma un ángulo diferente a 90° con el mango de la llave, es importante que la distancia a considerar cumpla con los requisitos para ser considerado como brazo de palanca, es decir, que sea siempre la perpendicular desde la línea de acción de la fuerza al eje de rotación de la tuerca (punto O). En este caso, al verse reducido el brazo de palanca requeriremos de una mayor fuerza para producir el mismo momento de torsión que en el caso anterior.

$$M_o = \tau_o = F \cdot d \sin \theta$$



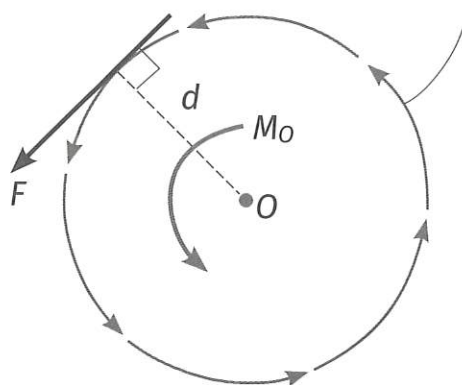
(Hibbeler, 2010)

Si aplicamos la fuerza a lo largo del mango de la llave, nuestro brazo de palanca será cero, por lo tanto, nuestro momento de torsión también será cero, es decir la figura no tiende a girar alrededor de O . Esto sucede porque el punto donde se localiza el eje de rotación nunca debe de pasar a lo largo de la línea de acción de la fuerza aplicada ya que eso anula el efecto giratorio de la fuerza.



(Hibbeler, 2010)

La dirección en la que gira la figura es muy importante, ya que esto es lo que determina el signo del momento de torsión. Por un convencionalismo ya definido por la comunidad de científicos, está establecido que si la figura gira en el sentido contrario a las manecillas del reloj, dicho momento será positivo; negativo en el caso de que la figura gire en el sentido de las manecillas del reloj.



(Hibbeler, 2010)

En la imagen podemos apreciar un giro contrario a las manecillas del reloj, es decir un momento de torsión positivo.

Momento resultante

Cuando un cuerpo está bajo la acción de varias fuerzas y cada una de ellas le producen un momento o torque distinto, tanto en magnitud como en dirección, es necesario conocer el efecto neto que producen todas las fuerzas involucradas, es decir, el momento de torsión resultante. El momento de torsión resultante alrededor de O (eje de rotación) es el resultado de considerar la suma algebraica de todos los momentos que producen cada una de las fuerzas involucradas:

$$\sum M_0 = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$$

$$\sum \tau_0 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots + \tau_n$$

$$\sum M_0 = F_1 \cdot d_1 + F_2 + \dots + M_n$$



Ejemplo 6

Don Guillermo aplica una fuerza de 650 N alrededor de una polea circular de 350 mm de diámetro para sacar agua de un pozo noria. ¿Cuál es el momento de torsión producido alrededor del centro de rotación de la polea?

Dado que el diámetro de la polea es de 350 mm, el brazo de palanca es igual al radio de la polea:

$$r = \frac{350 \text{ mm}}{2} = 175 \text{ mm} = 0.175 \text{ m}$$

Finalmente, el sentido del momento es negativo, ya que cuando don Guillermo aplica la fuerza para sacar agua del pozo, hace girar la polea en el sentido de las manecillas del reloj.

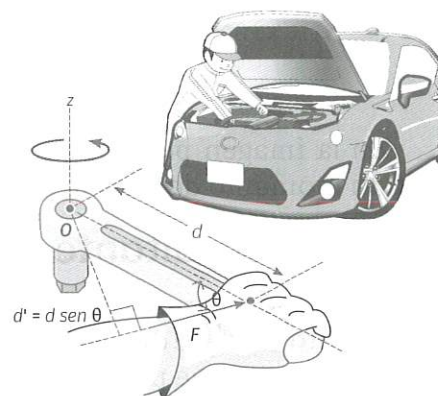
$$\tau = F \cdot r = -(650 \text{ N})(0.175 \text{ m}) = -113.75 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Ejemplo 7

Un mecánico, para retirar las tuercas de sujeción del motor de un automóvil deportivo, utiliza una llave de maneral cuya longitud es de 15 in. Si en el extremo de la llave ejerce una fuerza de 50 lb, ¿cuál será el momento de torsión producido sobre la tuerca? Si el ángulo que forman la fuerza y el mango de la llave es de:

- $\theta = 90^\circ$
- $\theta = 60^\circ$
- $\theta = 45^\circ$
- $\theta = 30^\circ$



(Hibbeler, 2010)

En este caso, debido a que se presentan diferentes ángulos entre la fuerza y el mango de la llave de maneral, para encontrar el momento de torsión debemos encontrar nuestro brazo de palanca, es decir, la distancia perpendicular entre la línea de acción de la fuerza y el punto de rotación de la tuerca mediante la expresión:

a. $\theta = 90^\circ$

$$\tau = F \cdot r$$

$$\tau = (50 \text{ lb})(10 \text{ in})(\text{sen } (90^\circ)) = 500 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

b. $\theta = 60^\circ$

$$\tau = F \cdot r$$

$$\tau = (50 \text{ lb})(10 \text{ in})(\text{sen } (60^\circ)) = 433.01 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

c. $\theta = 45^\circ$

$$\tau = F \cdot r$$

$$\tau = (50 \text{ lb})(10 \text{ in})(\text{sen } (45^\circ)) = 353.55 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

d. $\theta = 30^\circ$

$$\tau = F \cdot r$$

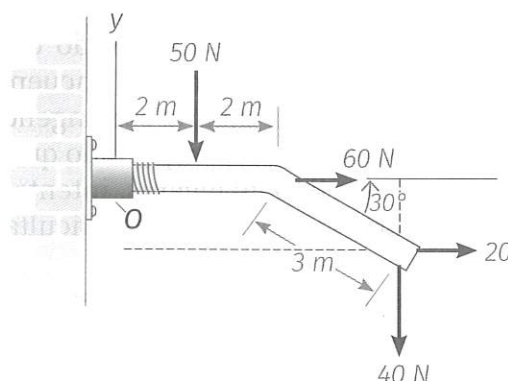
$$\tau = (50 \text{ lb})(10 \text{ in})(\text{sen } (30^\circ)) = 250 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

Podemos observar que el momento de torsión va desde un máximo que se presenta cuando la fuerza forma un ángulo de 90° y un mínimo cuando el ángulo es cero, es decir, la línea de acción pasa por el punto de rotación.



Ejemplo 8

Determina el momento resultante de las cuatro fuerzas que actúan sobre la barra de la figura con respecto al punto O (Hibbeler, 2010).



(Hibbeler, 2010)

Para calcular el momento de torsión respecto a O se debe determinar el brazo de palanca para cada una de las fuerzas de forma independiente. Para la fuerza de 50 N , $r = 2\text{ m}$ el giro es negativo, es decir, en el mismo sentido de las manecillas del reloj.

$$\tau_{0-1} = -(50\text{ N})(2\text{ m}) = -100\text{ N} \cdot \text{m}$$

La fuerza de 60 N quedará definida por $r = 0$, ya que la línea de acción de la fuerza está sobre el punto de rotación O ; esta fuerza no produce momento:

$$\tau_{0-2} = (60\text{ N})(0) = 0$$

Para la fuerza de 20 N , la distancia entre la línea de acción de la fuerza y el punto O está definida por $r = (3\text{ m})(\sin(30^\circ)) = 1.5\text{ m}$, cuyo giro es positivo, es decir, contrario a las manecillas del reloj:

$$\tau_{0-3} = (20\text{ N})(1.5\text{ m}) = 30\text{ N} \cdot \text{m}$$

Para la fuerza de 40 N , la distancia entre la línea de acción de la fuerza y el punto O está definida por $r = 4\text{ m} + (3\text{ m})(\cos(30^\circ)) = 6.60\text{ m}$, cuyo giro es negativo, es decir, a favor de las manecillas del reloj.

$$\tau_{0-4} = -(40\text{ N})(6.60\text{ m}) = -264\text{ N} \cdot \text{m}$$

Es así como el momento de torsión resultante es:

$$\sum \tau_0 = -100\text{ N} \cdot \text{m} + 0 + 30\text{ N} \cdot \text{m} - 264\text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sum \tau_0 = -334\text{ N} \cdot \text{m}$$

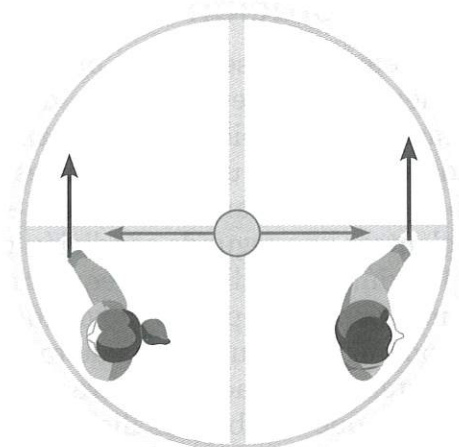
El signo negativo es porque la figura tiende a girar a favor de las manecillas del reloj.



Ejemplo 9

En la Ciudad de México (CDMX), diversos hoteles de lujo tienen instaladas puertas giratorias. En recientes contingencias se ha observado que dichas puertas generan problemas de seguridad cuando las personas se encuentran en situaciones que provocan crisis de ansiedad, motivado por alguna contingencia local. Según las autoridades de protección civil de la CDMX, tienen reportado que ante contingencias que requieren evacuar rápidamente este tipo de lugares, intentan salir al mismo tiempo por los dos extremos de una puerta giratoria lo cual dificulta en gran medida la evacuación del lugar.

Supongamos que dos personas que intentaban salir de un edificio al mismo tiempo se encuentran en una puerta giratoria de radio r . En el extremo de la derecha, un hombre ejerce una fuerza perpendicular a la puerta del tubo central, mientras que por el lado de la izquierda una mujer ejerce una fuerza que también es perpendicular a la puerta del tubo central. Determina cuál fue el momento de torsión resultante y en qué dirección girará la puerta.



(Serway, Vuille, 2018)

Vamos a calcular el momento de torsión respecto al centro de rotación de la puerta giratoria. Como las dos fuerzas son perpendiculares a ambos extremos de la puerta, no es necesario determinar el brazo de palanca, por lo que las distancias se toman directamente.

En el caso del hombre de la derecha, aplica una fuerza de 800 N a una distancia de 0.70 m del centro de rotación y el giro es positivo, es decir, contrario al de las manecillas del reloj:

$$\tau_1 = (800\text{ N})(0.70\text{ m}) = 560\text{ N} \cdot \text{m}$$

En el caso de la mujer de la izquierda, aplica una fuerza de 700 N a una distancia de 1.30 m del centro de rotación y el giro es negativo, es decir, a favor de las manecillas del reloj:

$$\tau_2 = -(700\text{ N})(1.30\text{ m}) = -910\text{ N} \cdot \text{m}$$

Es así como el momento de torsión resultante es:

$$\Sigma \tau_0 = 560\text{ N} \cdot \text{m} - 910\text{ N} \cdot \text{m}$$

El momento de torsión neto es:

$$\Sigma \tau_0 = -350\text{ N} \cdot \text{m}$$

El momento resultó ser negativo, por lo que la puerta girará en el sentido de las manecillas del reloj.

Segunda condición de equilibrio y localización del eje de rotación

Reflexionando el concepto de equilibrio, se pueden presentar casos en donde las fuerzas que actúan sobre un cuerpo no tienen una línea de acción común y aunque el cuerpo esté en equilibrio traslacional, debido a la forma en la que actúan las fuerzas, es posible que el cuerpo tienda a girar sobre un punto muy específico y ya que la primera condición de equilibrio no es suficiente para garantizar el equilibrio de un cuerpo, nos vemos en la necesidad de plantear una segunda condición para el equilibrio. De forma análoga a lo planteado en la primera condición de equilibrio, un cuerpo en equilibrio rotacional es aquel que se mantiene en reposo o moviéndose con una velocidad angular constante (sin aceleración angular), cuya suma de todos los momentos de torsión debido a todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo es cero. Esto aplica para cualquier punto del cuerpo que está bajo análisis.

$$\sum \vec{M} = \tau = 0$$

Cuando se hace el análisis de la segunda condición de equilibrio de un cuerpo, es necesario especificar un punto para plantear el equilibrio, es en este punto donde se localiza el eje de rotación de nuestro cuerpo y alrededor del cual se debe cumplir que el momento de torsión resultante sea cero. La elección de este punto resulta ser arbitraria, siempre que todos los brazos de palanca de todas las fuerzas que intervienen en el análisis sean considerados respecto a dicho punto; sin embargo, los cálculos se simplifican sustancialmente si inicialmente el eje de rotación se localiza sobre alguna fuerza desconocida que esté interviniendo en el análisis, ya que en ese caso muy particular su brazo de palanca será cero. En un segundo análisis, el eje de rotación se localiza en otro punto, de tal manera que se tenga la oportunidad de considerar el efecto de aquellas fuerzas que inicialmente su brazo de palanca fue cero y despreciar otras que tal vez en estos momentos ya son conocidas, el proceso se repite hasta que todas las fuerzas involucradas sean conocidas. La primera condición de equilibrio se aplica más a cuerpos y sistemas de fuerzas que se pueden reducir al análisis de una partícula; no obstante, en un contexto más apegado a la realidad, un cuerpo se debe analizar como un sistema formado por varias partículas, por lo que haremos de tomar en cuenta las dimensiones del objeto, el punto de aplicación de las fuerzas, etcétera.

Al hacer este tipo de análisis, consideraremos a nuestros objetos de estudio como cuerpos rígidos, es decir, aquellos que no se pueden deformar cuando están bajo la acción de fuerzas externas. Aunque esto no es más que una idealización, en la realidad todos los cuerpos se deforman bajo la acción de fuerzas, pero estas deformaciones las vamos a considerar pequeñas y que no afectan al equilibrio de los cuerpos que estamos analizando. Una herramienta muy útil para el análisis de elementos que se consideran como cuerpos rígidos es la tabla de reacciones en los puntos de apoyo y conexiones.

Apoyo o conexión	Reacción	Número de incógnitas
 Rodillos o patines Balancín Superficie sin fricción	 Fuerza con línea de acción conocida	1
 Cable corto Eslabón corto	 Fuerza con línea de acción conocida	1
 Collarín sobre una barra sin fricción Perno sin fricción en una ranura lisa	 Fuerza con línea de acción conocida	1
 Perno sin fricción, articulación o bisagra Superficie rugosa	 Fuerza con línea de dirección desconocida	2
 Apoyo fijo	 Fuerza y par	3

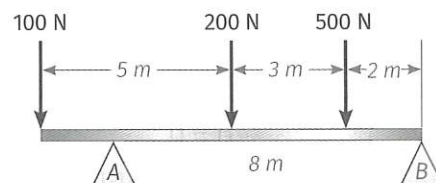
(Beer, Johnston, Mazurek *et al.*, 2010)

Esta tabla nos ayudará a plantear el tipo de reacción que se manifiesta en un cuerpo rígido, dependiendo de la forma en la que está en contacto con una superficie de apoyo.



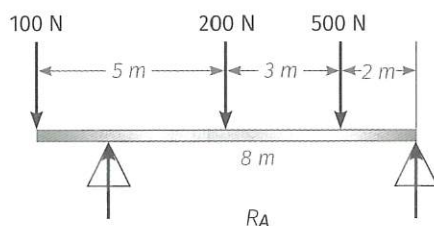
Ejemplo 10

Tres pesas de 100 N, 200 N y 500 N se colocan sobre una viga ligera (despreciamos su peso) que está simplemente apoyada sobre dos patines en A y en B (Tippens, 2011).



(Tippens, 2011)

De acuerdo con la tabla de reacciones en los puntos de apoyo, las reacciones que tenemos en A y en B (apoyo simple) son dos fuerzas verticales dirigidas hacia arriba en cada apoyo:



(Tippens, 2011)

Planteando el equilibrio sobre R_A :

$$\sum \tau_A = (100 \text{ N})(2 \text{ m}) - (200 \text{ N})(3 \text{ m}) - (500 \text{ N})(6 \text{ m}) + (R_B)(8 \text{ m}) = 0$$

$$200 \text{ N} \cdot \text{m} - 600 \text{ N} \cdot \text{m} - 3,000 \text{ N} \cdot \text{m} + R_B \cdot 8 \text{ m} = 0$$

$$(R_B)(8 \text{ m}) = -3,400 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$R_B = \frac{3,400 \text{ N} \cdot \text{m}}{8 \text{ m}} = 425 \text{ N}$$

Ahora planteando el equilibrio sobre R_B :

$$\sum \tau_B = (500 \text{ N})(2 \text{ m}) + (200 \text{ N})(5 \text{ m}) - (R_A)(8 \text{ m}) + (100 \text{ N})(10 \text{ m}) = 0$$

$$1,000 \text{ N} \cdot \text{m} + 1,000 \text{ N} \cdot \text{m} - (R_A)(8 \text{ m}) + 1,000 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

$$- (R_A)(8 \text{ m}) = -3,000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$R_A = \frac{-3,000 \text{ N} \cdot \text{m}}{-8 \text{ m}} = 375 \text{ N}$$

Por lo tanto, las reacciones en los apoyos son:

$$R_A = 375 \text{ N} \text{ y } R_B = 425 \text{ N}$$

A manera de comprobación, podemos verificar el equilibrio mediante la primera condición de equilibrio:

$$\sum F_y = -100 \text{ N} + 375 \text{ N} - 200 \text{ N} - 500 \text{ N} + 425 \text{ N} = 0$$

$$0 = 0$$

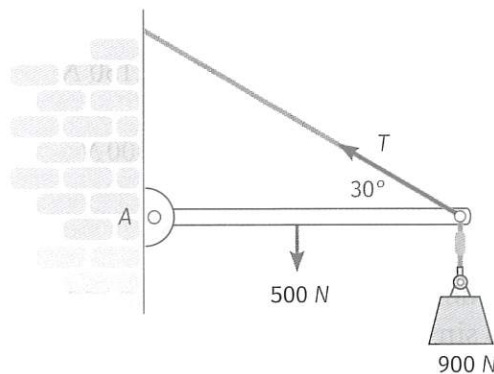
Posteriormente, queda verificado el equilibrio de la viga ligera, tanto por la segunda condición como por la primera condición de equilibrio.



Ejemplo 11

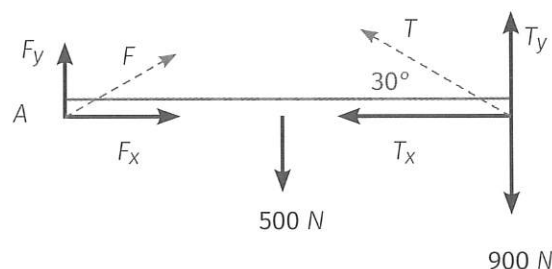
Una viga uniforme de 500 N de peso y 3 m de longitud está sostenida por un cable, como se observa en la siguiente figura. La viga se apoya en la pared con un perno sin fricción y el cable forma un ángulo de 30° con respecto a la viga que está en posición horizontal. Si una carga de 900 N se cuelga del extremo derecho (Tippens, 2011):

- ¿Cuál es la tensión T del cable?
- ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por el perno sin fricción?



(Tippens, 2011)

De acuerdo con la tabla de reacciones en los puntos de apoyo, el tipo de apoyo que tenemos en A (perno sin fricción) produce una reacción horizontal y otra vertical en el apoyo A , el peso de la barra se sustituye por una fuerza concentrada en el centro de gravedad de la barra, es decir, a la mitad de la longitud de la barra, la tensión del cable se descompone en sus componentes rectangulares, la carga de 500 N se representa como una fuerza vertical dirigida hacia abajo, de tal manera que nuestro diagrama de fuerzas queda de la siguiente manera:



(Tippens, 2011)

- a. Por conveniencia, vamos a plantear el equilibrio en el punto A, ya que ahí están localizadas dos de las fuerzas desconocidas. Al plantear el equilibrio en ese punto, su brazo de palanca es cero, es decir, no producen momento de torsión en A.

$$\sum \tau_A = -(500 \text{ N})(1.5 \text{ m}) + (T_x)(0 \text{ m}) + (T_y)(3 \text{ m}) - (900 \text{ N})(3 \text{ m}) = 0$$

$$-700 \text{ N} \cdot \text{m} + (T_y)(3 \text{ m}) - 2,700 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

$$(T_y)(3 \text{ m}) = 3,450 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_y = \frac{3,450 \text{ N} \cdot \text{m}}{3 \text{ m}} = 1,150 \text{ N}$$

$$T_y = T \cdot \sin(30^\circ) = 1,150 \text{ N}$$

$$T_y = \frac{1,150 \text{ N}}{\sin(30^\circ)} = 2,300 \text{ N}$$

$$T = 2,300 \text{ N}$$

- b. Ahora procedemos a calcular las componentes de las fuerzas que actúan en A (perno sin fricción). Nos vamos a apoyar de la primera condición de equilibrio.

$$\sum F_x = 0 \text{ y } \sum F_y = 0$$

Primero vamos a encontrar la componente x de la fuerza F :

$$\sum F_x = F_x - T_x = 0$$

Dado que:

$$T_x = (2,300)(\cos(30^\circ)) = 1,991.86 \text{ N}$$

Sustituimos T_x en la $\sum F_x$:

$$F_x - 1,991.86 \text{ N} = 0$$

$$F_x = 1,991.86 \text{ N}$$

Ahora vamos a encontrar la componente y de la fuerza F :

$$\sum F_y = F_y - 500 + T_y - 900 \text{ N} = 0$$

Dado que:

$$T_y = (2,300 \text{ N})(\sin(30^\circ)) = 1,150 \text{ N}$$

Sustituimos T_y en la ΣF_y :

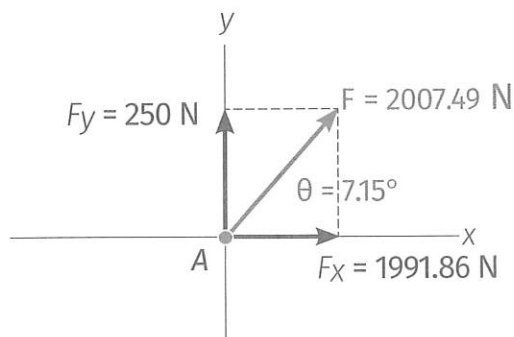
$$F_y - 500 \text{ N} - 900 \text{ N} = 0$$

$$F_y = 250 \text{ N}$$

Por lo tanto, las componentes de la fuerza F que actúa en A (perno sin fricción) son las siguientes:

$$F_x = 1,991.86 \text{ N y } F_y = 250 \text{ N}$$

Finalmente de manera adicional, la magnitud y dirección de la fuerza que actúa en:



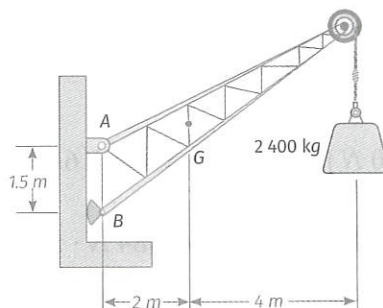
$$F = \sqrt{(1,991.86 \text{ N})^2 + (250 \text{ N})^2} = 2007.49 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{250 \text{ N}}{1,991.86 \text{ N}}\right) = \tan^{-1}(0.1255) = 7.15^\circ$$



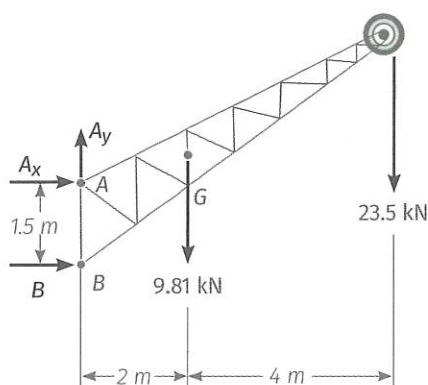
Ejemplo 12

Una grúa fija tiene una masa de $1,000 \text{ kg}$ y se usa para levantar una caja de $2,400 \text{ kg}$. La grúa se mantiene en su lugar por medio de un perno en A y un balancín en B, y el centro de gravedad está ubicado en G. Determina las componentes de las reacciones en A y B. (Beer, Johnston, Mazurek *et al.*, 2010).



(Beer, Johnston, Mazurek, *et al.*, 2010)

Iniciamos haciendo un análisis de las fuerzas que actúan sobre la grúa. De acuerdo con la tabla de reacciones en los puntos de apoyo, el tipo de apoyo que tenemos en A (un perno sin fricción) produce dos reacciones, una vertical y otra horizontal; en el apoyo que tenemos en B (un balancín), se produce una sola reacción que es perpendicular a la superficie de contacto; las otras fuerzas que actúan son el peso de la caja que se va a levantar y, por último, el peso propio de la estructura de la grúa, el cual se coloca en el centro de gravedad de esta, como está indicado en la figura. A partir de ellas hacemos nuestro diagrama de fuerzas:



(Beer, Johnston, Mazurek et al., 2010)

El peso de estructura de la grúa de 1,000 kg:

$$W = (1,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$W = 9,810 \text{ N}$$

El peso de la caja de 2,400 kg:

$$W = (2,400 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$W = 23,544 \text{ N}$$

Por conveniencia, vamos a plantear el equilibrio en el punto A, ya que, en este caso, el brazo de palanca de A_x y A_y es cero, es decir, no producen momento de torsión en el punto A.

$$\sum \tau_A = -(9,810 \text{ N})(2 \text{ m}) - (23,544 \text{ N})(6 \text{ m}) + (B)(1.5 \text{ m}) = 0$$

$$(B)(1.5 \text{ m}) - 160,884 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

$$B = \frac{160,884 \text{ N} \cdot \text{m}}{1.5 \text{ m}} = 107,265 \text{ N} = 107.265 \text{ kN}$$

Una vez que ya conocemos el valor de B , planteamos el equilibrio en B :

$$\sum \tau_B = -(A_x)(1.5 \text{ m}) - (A_y)(0 \text{ m}) - (9,810 \text{ N})(2 \text{ m}) - (23,544 \text{ N})(6 \text{ m}) = 0$$

$$-(A_x)(1.5 \text{ m}) = 160,884 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$A_x = \frac{160,884 \text{ N} \cdot \text{m}}{-1.5 \text{ m}} = -107,265 \text{ N} = -107.265 \text{ kN}$$

El signo negativo de la fuerza indica que su dirección va en el sentido contrario al que se planteó originalmente en el diagrama de fuerzas, es decir, hacia la izquierda.

Ahora vamos a plantear la primera condición de equilibrio en una $\sum F_y = 0$, para encontrar el valor de A_y :

$$\sum F_y = A_y - 9,810 \text{ N} - 23,544 \text{ N} = 0$$

$$A_y = 33,354 \text{ N} = 33.354 \text{ kN}$$

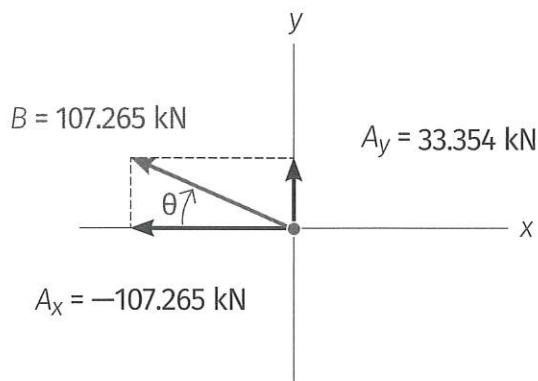
Por lo tanto, los valores de las reacciones en los apoyos son:

$$B = 107.265 \text{ kN}$$

$$A_x = -107.265 \text{ kN}$$

$$A_y = 33.354 \text{ kN}$$

Finalmente, de manera adicional, la magnitud y dirección de la fuerza que actúa en A :



$$A = \sqrt{(-107.265 \text{ kN})^2 + (33.354 \text{ kN})^2} = 112.331 \text{ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{33.354 \text{ kN}}{-107.265 \text{ kN}} \right) = \tan^{-1} (0.3109) = -17.27^\circ$$

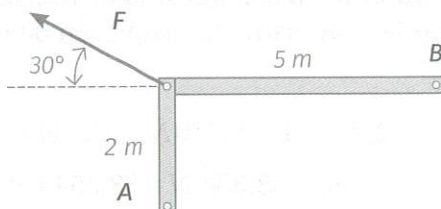


Reto educativo 4

Ha llegado el momento de poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens.

1. La fuerza F ilustrada en la figura es de 400 N y el peso del hierro del ángulo es insignificante. ¿Cuál es el momento de torsión resultante en torno del eje A y en torno del eje B ?

R. $\tau_A = 692\text{ N} \cdot \text{m}$ y $\tau_B = 1,000\text{ N} \cdot \text{m}$



(Tippens, 2011)

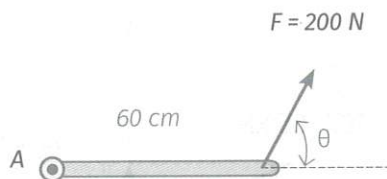
2. La varilla de la figura tiene 60 cm de longitud y gira libremente alrededor del punto A . Halla la magnitud y el signo del momento de torsión provocado por la fuerza de 200 N si el ángulo θ es de:

a. 90°

b. 60°

c. 30°

d. 0°



(Tippens, 2011)

R. a. $\tau = 120\text{ N} \cdot \text{m}$, b) $\tau = 103.92\text{ N} \cdot \text{m}$, c) $\tau = 60\text{ N} \cdot \text{m}$, d) $\tau = 0\text{ N} \cdot \text{m}$

3. En una regla graduada de un metro de longitud se colocan pesas de 10 N , 20 N y 30 N en las marcas de 20 cm , 40 cm y 60 cm , respectivamente. La regla se equilibra sobre un solo apoyo en el punto medio. ¿En qué punto habrá que agregar una pesa de 5 N para obtener el equilibrio?

R. En la marca de 90 cm .

4. Un poste de 4 m es sostenido en sus extremos por dos cazadores que trans-

portan en él un venado de 800 N que cuelga en un punto localizado a 1.50 m del extremo izquierdo. ¿Cuál es el peso que cada cazador está cargando?

R. $A = 500\text{ N}$ y $B = 300\text{ N}$

5. Una correa en V esta enrollada en una polea de 16 pulgadas de diámetro. Si se requiere un momento de torsión resultante de $4\text{ lb} \cdot \text{ft}$, ¿qué fuerza es necesaria para aplicar a lo largo de la correa?

R. $F = 6\text{ lb}$

Con apoyo de tus compañeros y docente, revisa los ejercicios realizados en esta actividad para evaluar los procedimientos y resultados, aclarar dudas y dificultades presentadas durante la resolución de los mismos para así detectar áreas de oportunidad y reforzar aquellos conceptos que así lo requieran.

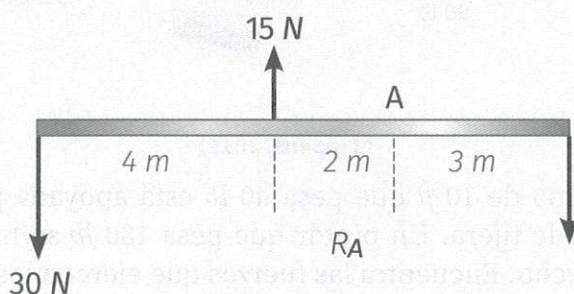


Reto educativo 5

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens en tu cuaderno. Para realizarlos y obtener un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B1-TSF1.

1. Sin tomar en cuenta el peso de la barra de la figura, ¿cuál es el momento de torsión resultante en A? ¿Cuál será el momento de torsión resultante si el eje se mueve hasta el extremo izquierdo de la barra?

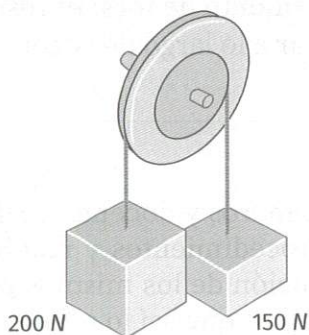
R. $\tau_A = 90\text{ N} \cdot \text{m}$, $\tau_{\text{izquierda}} = -120\text{ N} \cdot \text{m}$



(Tippens, 2011)

2. Dos poleas de 60 cm y 20 cm de diámetro, respectivamente, están unidas y giran sobre el mismo eje como lo muestra la figura. ¿Cuál es el momento de torsión resultante en torno de un eje central con los pesos ahí indicados?

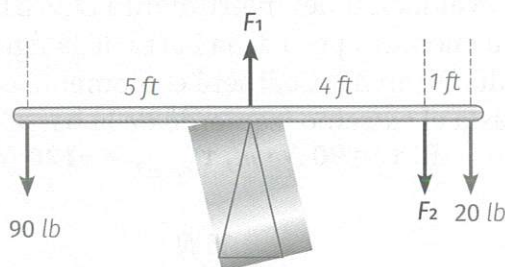
R. $\tau = 45 \text{ N} \cdot \text{m}$



(Tippens, 2011)

3. ¿Cuáles deben ser las fuerzas F_1 y F_2 para que se alcance el equilibrio en la figura? No consideres el peso de la barra.

R. $F_1 = 197.5 \text{ lb}$ y $F_2 = 87.5 \text{ lb}$



(Tippens, 2011)

4. Una plataforma de 10 ft que pesa 40 lb está apoyada por los extremos en las escaleras de tijera. Un pintor que pesa 180 lb se ha colocado a 4 ft del extremo derecho. Encuentra las fuerzas que ejercen los soportes.

R. $\tau_{\text{izquierda}} = 92 \text{ lb}$ y $F_{\text{derecha}} = 128 \text{ lb}$

5. Una barra horizontal de 6 m, cuyo peso es de 400 N, gira sobre un pivote sin fricción en la pared como lo muestra la figura. La barra lleva sujeto un cable en un punto localizado a 4.5 m de la pared y sostiene un peso de 1,200 N en el extremo derecho.

a. ¿Cuál es la tensión en el cable?

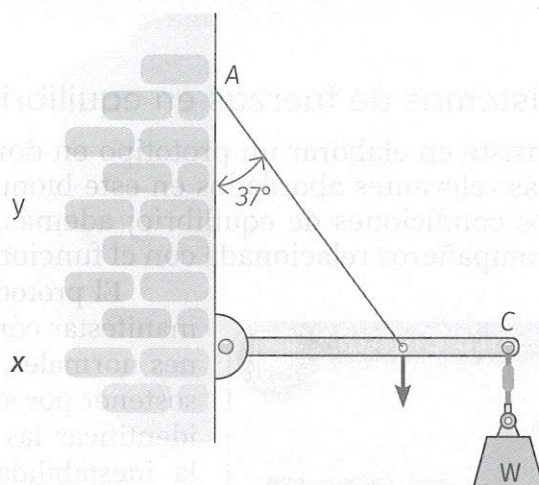
R. $T = 2,337 \text{ N}$

b. ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce la pared sobre la barra?

R. $B_x = 1,406.63 \text{ N}$ y $B_y = -266.64 \text{ N}$

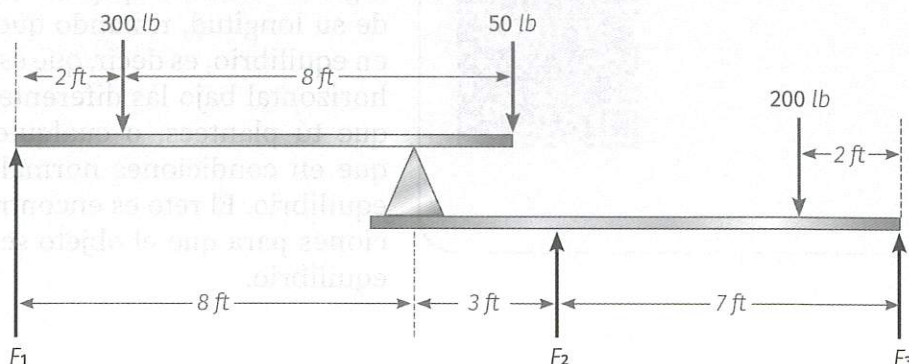
c. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de esa fuerza?

R. $B = 1,431.69 \text{ N}$ y un ángulo de -10.73 respecto a la parte positiva de x



(Tippens, 2011)

4. Calcula las fuerzas necesarias para que el sistema dibujado en la figura quede en equilibrio.



(Tippens, 2011)

**CIERRE****Reto educativo**

Para integrar los conocimientos adquiridos en el bloque, organizados en equipos mixtos de cuatro integrantes, elaboren el siguiente proyecto, el cual se evalúa de acuerdo con los criterios de la rúbrica RU1-B1-TSF1. Con él se promueven los atributos 5.3 y 8.1, así como la competencia disciplinar 10.

Prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio

Esta actividad consiste en elaborar un prototipo en donde pongas en práctica los conocimientos más relevantes abordados en este bloque, como lo es el centro de gravedad y las dos condiciones de equilibrio; además, deberás hacer una breve exposición a tus compañeros relacionada con el funcionamiento de tu prototipo.

El prototipo que decidas hacer debe manifestar cómo ese cuerpo, en condiciones normales, es inestable y no se puede sostener por sí mismo, por lo que deberás identificar las condiciones que producen la inestabilidad y poner en práctica lo aprendido para que dicho objeto alcance el equilibrio. El prototipo que elabores debe ser de fácil manipulación para que te permita jugar con las condiciones que afectan su equilibrio.

Por ejemplo, podrías utilizar una regla de madera apoyada en algún punto de su longitud, tratando que se mantenga en equilibrio, es decir, que esté en posición horizontal bajo las diferentes condiciones que tú plantees, o cualquier otro objeto que en condiciones normales no está en equilibrio. El reto es encontrar esas condiciones para que el objeto se mantenga en equilibrio.

Tesoro digital

Puedes visitar estas ligas y ver estos videos que te ayudarán a plantear tu prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio:
<https://www.youtube.com/watch?v=P2fzIbNFBu8>
https://www.youtube.com/watch?v=2NV_uOoH9kw



ANEXOS



Instrumento de evaluación

Rúbrica RB-1



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: actividad integradora (prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio).

Instrucciones: anota (✓) en la casilla del registro según su cumplimiento.

Rubros	Nivel de dominio				Puntaje
	20	15	10	5	
Elementos principales de un sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican claramente los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican algunos de los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican con dificultad algunos de los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	No se identifican los elementos básicos de un sistema de fuerzas en equilibrio.	
Funcionamiento del dispositivo como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona con algunas dificultades como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona con dificultad como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo no funciona como un sistema de fuerzas en equilibrio.	

Rubros	Nivel de dominio				Puntaje
	20	15	10	5	
Manipulación del equilibrio del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se puede manipular con facilidad el equilibrio del sistema.	Se manipula con algunas dificultades el equilibrio del sistema.	Se manipula con dificultad el equilibrio del sistema.	No se puede manipular el equilibrio del sistema.	
Cálculo del centro de gravedad del sistema de fuerzas en equilibrio	Se calcula el centro de gravedad del sistema.	Se calcula con algunas dificultades el centro de gravedad del sistema.	Se calcula con dificultad el centro de gravedad del sistema.	No se calcula el centro de gravedad del sistema.	
Justificación del equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica con algunas dificultades el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica con dificultades el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	No se justifica el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	

Evalúo:

Observaciones:



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: mapa conceptual de sistemas de fuerzas.

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar		Puntaje				Observaciones
		E	R	S	NA	
1	Identifica el concepto clave (nivel uno) que se aborda en la lectura.	15	10	5	1	
2	Identifica los conceptos generales (nivel dos) que se derivan del concepto clave.	15	10	5	1	
3	Identifica los conceptos menos generales, conceptos de nivel tres.	15	10	5	1	
4	Utiliza conectores con palabras clave al relacionar los conceptos identificados.	15	10	5	1	
5	Se articulan ideas claras al relacionar los conceptos de diferente nivel.	20	15	10	5	
6	Utiliza relaciones cruzadas en la relación de los conceptos.	20	15	10	5	

Puntaje obtenido:

Evalúo:



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: trabajo extraclase (solución de problemas).

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar		Puntaje				Observaciones
		E	R	S	NA	
1	Realiza un esquema que represente la situación planteada.	20	15	10	5	
2	El planteamiento tiene congruencia con el esquema que representa la situación contextualizada.	20	15	10	5	
3	Resuelve adecuadamente la situación planteada haciendo uso de las operaciones matemáticas correspondientes durante todo el proceso.	20	15	10	5	
4	Las operaciones matemáticas manifiestan orden, congruencia y coherencia con el planteamiento inicial.	20	15	10	5	
5	El procedimiento utilizado manifiesta orden y limpieza en el proceso de solución.	20	15	10	5	

Puntaje obtenido:

Evaluó:

BIBLIOGRAFÍA

Referencias bibliográficas

- Beer, F., Johnston, E., Mazurek, D. & Eisenberg, E. (2010). *Mecánica Vectorial para Ingenieros* (9.ª ed.). México: McGraw-Hill.
- Hibbeler, R. (2010). *Ingeniería Mecánica. Estática* (12.ª ed.). México: Pearson Educación.
- Serway, R. & Vuille, C. (2018). *Fundamentos de Física* (10.ª ed.). México: Cengage Learning Editores.
- Tippens, P. (2011). *Física, conceptos y aplicaciones* (7.ª ed.). México: McGraw-Hill.

Referencias digitales

- Silvia Aretio. (30 de noviembre de 2014). *Sistemas de fuerzas en equilibrio* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=2NV_uOoH9kw
- Ulises Ruiz. (17 de mayo de 2014). *Silla equilibrio (maqueta experimental)* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=P2fzIbNFBUS>

BLOQUE II

Dinámica rotacional



HORAS:
12

Actividad integradora



¿Existen ruedas que ruedan mejor?

Propósito



Utilizar el sistema giratorio como elementos de análisis para entender sus principios y explicar las causas de este tipo de movimiento presente en su contexto, mostrando una disposición al trabajo colaborativo, metódico y organizado.

Sesión 1



Horas:
3

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Aceleración y fuerza centrípeta.	Analiza la aceleración y fuerza centrípeta en diferentes sistemas rotatorios.	Favorece su pensamiento crítico. Toma decisiones de manera consciente e informada asumiendo las consecuencias. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Analiza los sistemas en movimiento rotacional para conocer las fuerzas que contribuyen a este y entender los sistemas rotatorios presentes en el entorno, favoreciendo su pensamiento crítico.		Problemario.

Sesión 2



Horas:
9

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Momento de inercia. Relación entre momento de torsión y aceleración angular. Trabajo rotacional, energía cinética rotacional. Momento angular, conservación del momento angular.	Distingue el momento de inercia en diferentes cuerpos. Explica la relación que existe entre el momento de torsión y la aceleración angular. Distingue el trabajo y la energía rotacional. Explica el momento y su ley de conservación.	Favorece su pensamiento crítico. Toma decisiones de manera consciente e informada asumiendo las consecuencias. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Aplica los sistemas rotacionales de manera responsable, calculando la torsión y la aceleración angular para obtener diferentes parámetros, conocer la distancia, velocidad angular y tiempos de movimientos rotatorios que pueden encontrarse en su entorno. Utiliza los cuerpos con movimiento rotatorio para demostrar la relación que existe entre el trabajo y la energía, tomando en cuenta la ley de la conservación de la energía en el uso responsable y eficiente de instrumentos y equipos de su vida cotidiana. Examina la ley de la conservación del momento angular para analizar los sistemas giratorios de su entorno, a través de la comprensión de sus variaciones, explicando los cambios de su velocidad de forma colaborativa, metódica y organizada.		Problemario

SESIÓN 1



HORAS:

3

APRENDIZAJE ESPERADO:

Analiza los sistemas en movimiento rotacional para conocer las fuerzas que contribuyen a este y entender los sistemas rotatorios presentes en el entorno, favoreciendo su pensamiento crítico.



APERTURA



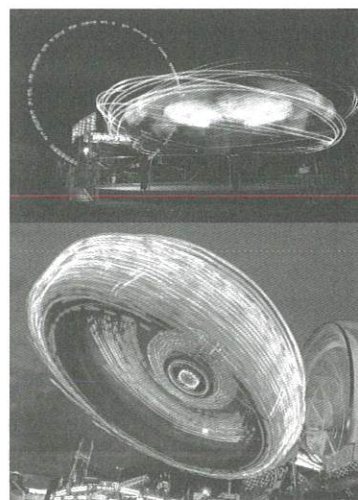
Reto educativo

En el segundo domingo del mes de octubre, en Tlacolula de Matamoros se celebra la fiesta del lugar y durante una semana se instalan en el centro de la comunidad diversos juegos mecánicos que son de gran interés tanto para chicos como para grandes. Uno de los juegos más populares de la feria es el cíclope, el cual consiste en una estructura que forma un disco de 15 m de diámetro y cuyos extremos tienen unas góndolas articuladas de 100 kg, con cupo para dos pasajeros; inicialmente, dichas góndolas están en posición vertical.

El profesor de Temas Selectos de Física I del plantel No. 46 de Tlacolula de Matamoros les solicitó a sus estudiantes que como parte de su evaluación parcial asistan a la feria para hacer una investigación y una descripción del recorrido que sigue el juego durante cada vuelta, aclarando que dicho trabajo lo entregarán en forma de reporte.

En el reporte que le entregaron los estudiantes al profesor decía lo siguiente:

Partiendo del reposo, el disco empieza a girar horizontalmente y va incrementando paulatinamente su velocidad. Debido a la velocidad del disco, las góndolas comienzan a inclinarse hacia afuera de la trayectoria circular y al cabo de **20 s**, las góndolas se encuentran totalmente en posición horizontal, es decir, paralelas al piso. Al mismo tiempo, el disco se levanta y gira para pasar de su posición horizontal inicial a una posición vertical, alcanzando la vertical después de otros **25 s**; en este momento alcanza una frecuencia máxima de rotación de 12 rpm, manteniendo esta posición y velocidad **durante 30 s**. En esta etapa del juego las góndolas se encuentran en posición vertical, por lo que en la parte más alta los pasajeros están de cabeza; después de este tiempo empieza a disminuir su velocidad e inclinación para estar una vez más en la **posición horizontal 25 s más tarde**. Una vez más, las góndolas se encuentran paralelas al piso, mientras el disco continúa disminuyendo su velocidad de rotación hasta que **se detiene por completo después de 20 s** regresando las góndolas a su posición vertical.



El profesor felicitó a sus estudiantes por los resultados de su investigación y les comenta que esa información será de vital importancia durante el desarrollo de las sesiones de este bloque. Algunos estudiantes que se subieron al juego comentaron en clase que, al bajar, tenían un semblante muy pálido y que estaban muy asustados, ya que por momentos sentían que saldrían disparados de su asiento o bien que algo los aplastaba.

¿Por qué las góndolas empezaron a inclinarse hacia afuera de la trayectoria? ¿Existe esa cosa misteriosa o solo era producto del pánico que los estudiantes tuvieron al subirse al ciclope?

Antes de poder responder estas preguntas, necesitamos hacer una reflexión y análisis de situaciones similares que ocurren en la naturaleza; de esta manera, estaremos en condiciones de afirmar o rechazar la existencia de esa cosa misteriosa. Para esto, necesitaremos de los siguientes materiales:

- Cuerda de 1 m de longitud.
- Una pelota de esponja de, aproximadamente, 8 cm de diámetro.
- Una cubeta con agua hasta una cuarta parte de su volumen.

Tomaremos un extremo de la cuerda y la amarraremos a la pelota de esponja de tal manera que esta no se salga. Una vez que la pelota está bien sujeta a la cuerda, con el otro extremo de la cuerda empezamos a dar vueltas formando círculos horizontales arriba de nuestra cabeza hasta lograr que la pelota gire unas 4 o 5 vueltas por segundo.

1. ¿Qué sucede con la tensión de la cuerda a medida que alcanzamos las vueltas por segundo que sugerimos? ¿Por qué?

2. ¿Qué sucede con la tensión de la cuerda a medida que disminuimos la velocidad y alcanzamos el reposo? ¿Por qué?

Ahora vamos a tomar la cubeta con agua, con al menos una cuarta parte de su volumen, y con uno de nuestros brazos la giraremos rápidamente formando círculos verticales por arriba de nuestra cabeza.

1. ¿Qué sucede con el agua cuando la cubeta pasa por arriba de nuestra cabeza?

2. ¿Por qué sucede esto?

La tensión en la cuerda y el hecho de que el agua no se sale de la cubeta aun estando de forma vertical por un instante arriba de nuestra cabeza, es evidencia de las cosas misteriosas que sintieron los estudiantes que subieron al juego mecánico. Esto se conoce como fuerza centrípeta y es una consecuencia de la aceleración centrípeta. En esta sesión nos vamos a enfocar en su estudio y en las causas físicas que dan origen a esta fuerza.



DESARROLLO

Rotación

En el bloque anterior pusimos énfasis en el movimiento que tiene una partícula a lo largo de una trayectoria circular y las condiciones que hacen que un cuerpo en movimiento o reposo se mantenga en equilibrio. En este bloque revisaremos lo que ocurre cuando, debido a la acción de fuerzas externas, un objeto se mueve a lo largo en una trayectoria circular, dichas fuerzas no están equilibradas, es decir tendremos una aceleración resultante.

Se dice que un cuerpo rígido gira en conjunto con cada una de sus partes, movimiento que se realiza alrededor de un eje. A medida que nos alejamos del eje de rotación, la velocidad tangencial aumenta, mientras que, al acercarnos al eje, dicha velocidad disminuye al grado que la velocidad tangencial sobre el eje es cero.

Sin embargo, cuando un objeto se mueve a lo largo de una trayectoria circular, no solo recorre ángulos, sino que también recorre una longitud a lo largo de esta. Es por ello que en el estudio de la rotación de un objeto debemos tomar en cuenta tanto aquellas variables que son consecuencia de recorrer una longitud a lo largo de la trayectoria circular, como aquellas variables que consideran que al mismo tiempo se recorren desplazamientos angulares.

Enseguida haremos una revisión de las variables angulares que definen el movimiento angular que nos llevará a un análisis exhaustivo de los conceptos de aceleración y fuerza centrípeta.

Posición angular

Para localizar un objeto dentro de un sistema de referencia, se requiere de un ángulo medido desde una posición fija, que tomaremos como posición cero, hasta una recta de referencia que conecta al punto que queremos localizar con el origen; dicho ángulo será positivo si se mide en sentido contrario a las manecillas del reloj y negativo si es en el mismo sentido.

La posición angular es una magnitud angular fundamental que representa el ángulo que forma en cada momento el vector de posición de un cuerpo con el eje X positivo.

De manera alternativa al grado sexagesimal (que ya has utilizado en geometría), en la física es muy común el empleo del radian como una unidad para medir ángulos. Recordemos que un ángulo de un radian es aquel que comprende una longitud de arco igual a la longitud del radio que lo contiene:

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{\text{Longitud de arco}}{\text{Radio}} = \text{Ángulo en radianes}$$

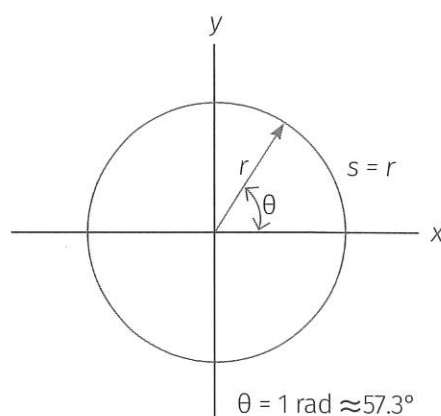
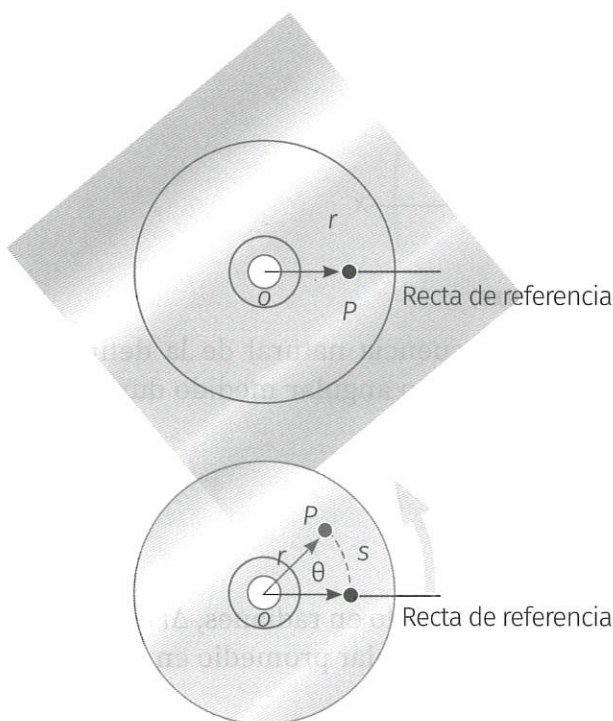
Si $s = r$, entonces $\theta = 1$ radián.

En la misma definición del número π , sabemos que el diámetro de un círculo cabe π veces sobre su circunferencia; en consecuencia, el radio deberá de caber el doble de veces que el diámetro, es decir, que en la longitud de una circunferencia tendremos 2π veces el radio de la misma, es por ello que:

$$360^\circ = 1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$$

Al registrar el desplazamiento angular de un objeto no se reestablece el ángulo a cero cada vez que se completa una vuelta alrededor del eje de rotación; es decir, si nuestro desplazamiento fue de 2 revoluciones la posición angular será:

$$\theta = 4\pi \text{ rad}$$



(Serway & Vuille, 2018)

Desplazamiento angular

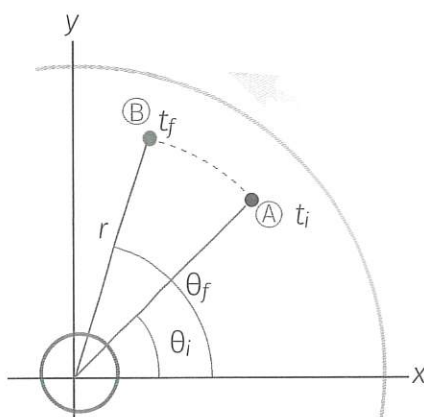
Cuando cambiamos la posición angular de la recta de referencia de un ángulo medido en cualquier unidad de desplazamiento angular θ_{inicial} a θ_{final} , nuestro objeto experimenta un desplazamiento angular $\Delta\theta$, definido por:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

Así, para todo cuerpo rígido o partícula, el ángulo medido desde nuestra posición fija en el sentido de las manecillas del reloj es negativo y positivo si se mide en sentido contrario.

Velocidad Angular

Cuando un objeto está en movimiento a lo largo de una trayectoria circular, se dice que tiene una velocidad angular y se define como el cambio de posición angular que registra a través del tiempo. Podemos definir dos tipos de velocidad angular:



(Serway & Vuille, 2018)

- **Velocidad angular promedio.** Es una consecuencia natural de la definición de velocidad angular, es decir, un desplazamiento angular medido durante un determinado periodo:

$$\bar{\omega} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

En donde $\Delta\theta$ es el desplazamiento angular expresado en radianes, Δt es el intervalo de tiempo en segundos y ω es la velocidad angular promedio en rad/s .

- **Velocidad angular instantánea.** A medida que el periodo utilizado para medir el desplazamiento angular se hace cada vez más pequeño, la velocidad promedio se va aproximando a la velocidad angular instantánea, es decir:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

La velocidad angular instantánea es el límite de la velocidad angular promedio cuando Δt se aproxima a cero.

Aceleración angular

Cuando la velocidad angular de un cuerpo no es constante, se dice que el cuerpo tiene aceleración angular, la cual se define como el cambio de la velocidad angular medido durante un determinado intervalo de tiempo.

- **Aceleración angular promedio.** Se refiere a un cambio de velocidad angular medido durante un determinado periodo:

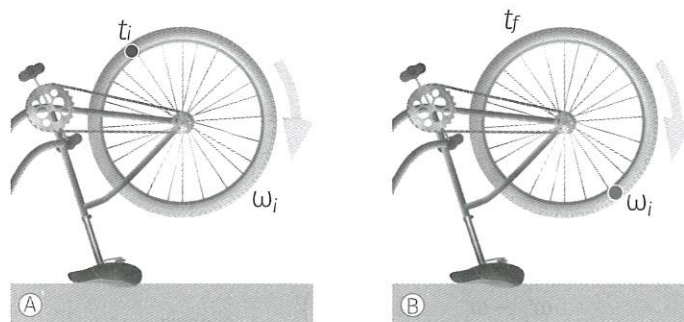
$$\bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

En donde $\Delta \omega$ es el cambio de velocidad expresado en rad/s , Δt es el intervalo de tiempo en segundos y α es aceleración angular promedio en rad/s^2 .

- **Aceleración angular instantánea.** A medida que el periodo utilizado para medir el cambio de la velocidad angular se hace cada vez más pequeño, la aceleración angular promedio se va aproximando a la aceleración angular instantánea:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

La aceleración angular instantánea es el límite de la aceleración angular promedio cuando Δt se aproxima a cero.



(Serway & Vuille, 2018)

Todo lo anterior lo podemos simplificar a nuestras ecuaciones de cinemática rotacional del curso de Física I; de esta manera tenemos lo siguiente:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} \quad \text{Ecuación 1}$$

$$\theta = \omega_i t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad \text{Ecuación 2}$$

$$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_i^2 \quad \text{Ecuación 3}$$

Revisa los ejemplos que se te presentan a continuación para que, posteriormente, resuelvas los ejercicios propuestos.



Ejemplo 1

En la feria de octubre en Tlacolula de Matamoros, el operador del juego mecánico “el ciclope” (también llamado *Enterprise*), observa que uno de los pasajeros entra en crisis nerviosa y reduce la velocidad angular del rotor de 3.40 rad/s a 2 rad/s , después de haber recorrido 20 rev .

Determine:

- ¿Cuál es la aceleración angular durante este suceso?
- ¿Cuánto tiempo tomó la reducción de la velocidad?

Solución:

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta}$$

$$\alpha = \frac{\left(2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 - \left(3.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}{(2 \times 40\pi \text{ rad})} = -0.03 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha}$$

$$t = \frac{2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} - 3.4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{-0.03 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 46.66 \text{ s}$$

Debido a que no tenemos el tiempo durante el cual recorre las 20 rev , despejando la aceleración angular de la ecuación 3, tenemos:

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta} = \frac{(2 \text{ rad/s})^2}{2(40\pi \text{ rad})} = -0.0301 \text{ rad/s}^2$$

Una vez calculada la aceleración angular, procedemos a calcular cuánto tiempo se requirió para hacer esta reducción de velocidad.

Podemos utilizar tanto la ecuación 1 o 2. Por simplicidad, utilizaremos la ecuación 1, de la cual despejaremos el tiempo y tendremos:

$$t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{2 \text{ rad/s} - 3.4 \text{ rad/s}}{-0.0301 \text{ rad/s}^2} = 46.54 \text{ s}$$



Ejemplo 2

Una rueda gira con una aceleración angular constante de 3.50 rad/s^2 . Si la velocidad angular de la rueda es de 2.00 rad/s cuando $t_i = 0 \text{ s}$: a) ¿cuál es el ángulo en que gira la rueda entre $t_i = 0 \text{ s}$ y $t_f = 2 \text{ s}$?, escribe la respuesta en radianes y en revoluciones; b) ¿cuál es la velocidad angular de la rueda en $t_f = 2 \text{ s}$?; c) ¿qué desplazamiento angular (en revoluciones) resulta cuando la velocidad angular del inciso b) se duplica?, (Resnick, Halliday, & Krane, 2000).

a. De la ecuación 2 de cinemática rotacional, sustituimos:

$$\omega_i = 2 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = 3.50 \text{ rad/s}^2$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$\theta = \omega t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\theta = (2 \text{ rad/s})(2 \text{ s}) + \frac{(3.50 \text{ rad/s}^2)(2 \text{ s})^2}{2} = 11 \text{ rad/s}$$

Ahora expresemos este desplazamiento angular en revoluciones:

$$\theta = (11 \text{ rad}) \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \right) = 1.7507 \text{ rev}$$

b. Para conocer la velocidad final de la rueda cuando $t = 2 \text{ s}$, utilicemos la ecuación 1 de la cinemática para despejar la ω_f :

$$\omega_f = \alpha t + \omega_i = (3.50 \text{ rad/s}^2)(2 \text{ s}) + 2 \text{ rad/s} = 9 \text{ rad/s}$$

c. Para conocer el desplazamiento angular (en revoluciones) que resulta cuando la velocidad angular se duplica con respecto a la hallada en el inciso anterior, consideremos $\omega_f = 18 \text{ rad/s}$ y $\omega_i = 9 \text{ rad/s}$, y ya que no sabemos en qué tiempo ocurre esto, utilizaremos la ecuación 3 de la cinemática rotacional para despejar el desplazamiento angular:

$$\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\alpha} = \frac{(18 \text{ rad/s})^2 - (9 \text{ rad/s})^2}{(2)(3.50 \text{ rad/s}^2)} = 34.7143 \text{ rad}$$

Dicho resultado ahora expresado en radianes es:

$$\theta = (34.7143 \text{ rad}) \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \right) = 5.5250 \text{ rev}$$



Reto educativo 1

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física Volumen 1*, de Robert Resnick:

1. El Sol está a 2.3×10^4 años luz del centro de nuestra galaxia (Vía Láctea) y se mueve en un círculo alrededor del centro a una velocidad de 250 km/s :
 - a. ¿Cuánto tarda el Sol en hacer una revolución alrededor del centro galáctico?
 - b. ¿Cuántas revoluciones ha completado el Sol desde que se formó, hace unos cuantos 4.5×10^9 años?

R. a) $5.5 \times 10^{15} \text{ s}$; b) 26

2. Una rueda tiene una aceleración angular constante de 3 rad . Durante cierto intervalo de 4 s , gira un ángulo de 120 rad . Si se supone que la rueda arranca desde el reposo, ¿cuánto tiempo está en movimiento al principio de este intervalo de 4 s ?

R. 2 s

3. Un disco gira alrededor de su eje central arrancando desde el reposo y acelera con aceleración angular constante. En un tiempo gira a 10 rev/s ; 60 revoluciones después, su velocidad angular es de 15 rev/s . Calcula:
 - a. La aceleración angular.
 - b. El tiempo necesario para completar para completar las 60 revoluciones.
 - c. El tiempo necesario para alcanzar la velocidad angular de 10 rev/s .
 - d. El número de revoluciones desde el reposo hasta el tiempo en que el disco alcanza la velocidad angular de 10 rev/s .

R. a) 25 rev/s^2 ; b) 4.8 s, c) 9.6 s, d) 48 rev

4. Una rueda que gira alrededor de un eje fijo que pasa por su centro tiene una aceleración angular constante de 4 rad/s^2 . En cierto intervalo de 4 s , la rueda gira a un ángulo de 80 rad :
 - a. ¿Cuál es la velocidad angular al principio del intervalo de 4 s ?
 - b. Si se supone que la rueda arranca desde el reposo, ¿cuánto tiempo está en movimiento al principio del intervalo de los 4 s ?

R. a) 12 rad/s ; b) 3 s

5. El volante de una máquina de vapor corre con una velocidad angular constante de 150 rev/min . Cuando se cierra el vapor, la fricción de los cojines y del aire detiene el volante en 2.2 h :
 - a. ¿Cuál es la aceleración angular constante, en rev/min^2 , del volante durante la reducción de la velocidad?
 - b. ¿Cuántas rotaciones efectúa el volante antes de detenerse?

- c. En el mismo instante en que la rueda gira a 75 rev/min , ¿cuál es la componente tangencial de la aceleración lineal de una partícula del volante que está a 50 cm del eje de rotación?
- d. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración lineal neta de la partícula en el inciso anterior?

R. a) 1.136 rev/min^2 ; b) $29,700 \text{ rev}$; c) $9.92 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$; d) 30.84 m/s^2

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



Reto educativo 2

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física Volumen 1*, de Robert Resnick, en tu cuaderno. Para que puedas realizarlos y obtener un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B2-TSF1.

- Comenzando desde el reposo, un disco gira alrededor de un eje central con aceleración angular constante. En 5 s gira 25 rad . Durante ese tiempo:
 - ¿Cuál es la magnitud de la aceleración angular?
 - ¿Cuál es la velocidad angular promedio?
 - ¿Cuál es la velocidad angular instantánea del disco al final de los 5 s ?
 - Sin cambio en la aceleración angular, ¿a qué ángulo adicional girará el disco durante los siguientes 5 s ?

R. a) 2 rad ; b) 5 rad ; c) 10 rad ; d) 75 rad

- Un volante gira a medida que reduce su velocidad desde una velocidad angular de 1.5 rad/s hasta detenerse.
 - Si se supone una aceleración angular constante, encuentra el tiempo para que llegue al reposo.
 - ¿Cuál es su aceleración angular?
 - ¿Cuánto tiempo se requiere para que complete las primeras 20 de las 40 revoluciones?

R. a) 340 s ; b) $-4.5 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$; c) 98 s

- Un volante con diámetro de 1.20 m gira a una velocidad angular de 199.96 rev/min .
 - ¿Cuál es su velocidad angular en radianes sobre segundo?
 - ¿Cuál es la velocidad lineal de un punto sobre el borde del volante?

c. ¿Qué aceleración angular constante (en *rev* sobre minuto al cuadrado) aumentará la velocidad angular del volante a $1,000 \text{ rev/min}$ en 60 s ?

d. ¿Cuántas revoluciones efectúa el volante durante esos 60 s ?

R. a) 20.94 rad/s ; b) 2.57 m/s ; c) 800 rev/min^2 ; d) 600 rev

4. Si el radio medio de la Tierra es de $6.37 \times 10^6 \text{ m}$, determina:

a. La velocidad angular (ω) alrededor del eje polar de un punto sobre la superficie terrestre a una latitud de 40° al norte.

b. La velocidad lineal (v) del punto.

c. Las velocidades angulares (ω) para un punto en el ecuador.

d. Las velocidades lineales (v) para un punto en el ecuador.

R. a) $7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$; b) 330 m/s ; c) $7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$; d) 460 m/s

5. Un pulsar es una estrella de neutrones que gira con gran velocidad y emite un rayo luminoso de igual forma en que un faro emite un haz luminoso. Recibimos un pulso de radio por cada rotación de la estrella. El periodo T de rotación se encuentra al medir el tiempo entre pulsos. La estrella pulsar de la Nebulosa del Cangrejo tiene un periodo de rotación de $T = 0.033 \text{ s}$ que aumenta a razón de $1.26 \times 10^{-5} \text{ s/año}$.

a. ¿Cuál es la aceleración angular de la estrella pulsar?

b. Si su aceleración angular es constante, ¿en cuántos años, a partir de ahora, dejará de girar la estrella?

c. La estrella pulsar se originó en una explosión de una supernova vista en el año 1054. ¿Cuál fue el T inicial de la estrella pulsar? Supóngase una aceleración constante desde que se originó dicha estrella.

R. a) $2.3 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2$, b) 2,600 años, c) 24 s

6. Un clavadista olímpico realiza 2.5 revoluciones en su trayecto desde la plataforma de 10 m de alto hasta el agua. Si se supone que la velocidad vertical inicial es cero, encuentra la velocidad angular promedio del nadador durante el clavado.

R. $1.75 \text{ rev/s} = 10.99 \text{ rad/s}$

A manera de coevaluación, con el apoyo de tu docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.

Aceleración centrípeta

Cuando un cuerpo se mueve a través de una trayectoria circular, no solo recorre ángulos, también recorre longitudes a lo largo de la trayectoria circular; no olvidemos que estas variables ya fueron revisadas de forma exhaustiva en el curso de *Física I*. Hagamos una revisión breve de estas variables:

Al igual que el desplazamiento angular, el desplazamiento tangencial (expresado en cualquier unidad de longitud como metros, centímetros, pies, etc.) está definido por:

$$s = s_f - s_i$$

De forma paralela a la velocidad angular promedio, la velocidad tangencial promedio está dada por:

$$\bar{v}_T = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

Así mismo, la velocidad tangencial instantánea:

$$v_T = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Por lo tanto, la aceleración tangencial promedio:

$$\bar{a}_T = \frac{v_{Tf} - v_{Ti}}{t_f - t_i}$$

La aceleración tangencial instantánea:

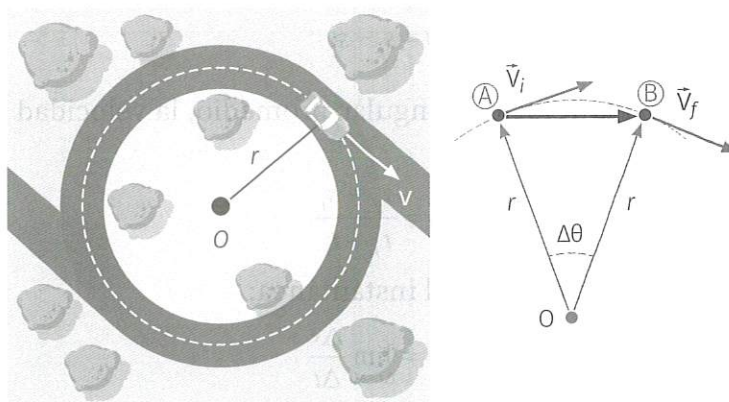
$$a_T = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t}$$

Como puedes observar, las variables tangenciales del movimiento circular tienen un paralelismo con sus variables angulares. Estas variables están íntimamente relacionadas ya que una partícula que se mueve en un movimiento circular no puede tener desplazamientos angulares sin recorrer una distancia a lo largo de la longitud de la trayectoria circular.

Si comparamos las variables angulares y tangenciales en el caso en donde $\alpha = 0$ y $a_T = 0$, es decir el Movimiento Circular Uniforme (MCU):

Variables angulares	Variables tangenciales
$\omega = \frac{\theta}{t}$	$v_T = \frac{s}{t}$
En donde: ω = velocidad angular en <i>rad/s</i> θ = desplazamiento angular en <i>rad</i> t = desplazamiento angular en <i>s</i>	En donde: v_T = velocidad tangencial en <i>m/s</i> s = desplazamiento angular en <i>m</i> t = desplazamiento angular en <i>s</i>

Sin embargo, aunque $\alpha = 0$ y $a_t = 0$, un cuerpo que se mueve bajo estas condiciones está en constante cambio en la dirección del vector velocidad tangencial. Aunque la magnitud de las velocidades angulares y tangenciales sean constantes, el MCU sí tiene aceleración, solo que no es consecuencia del cambio de magnitud de las velocidades, sino del cambio de dirección del vector velocidad tangencial. Este cambio en la velocidad tangencial medido durante un cierto periodo dará como resultado la definición de un tipo de aceleración muy especial: la aceleración centrípeta.



a) Vista superior

b) Esquema

(Serway & Vuille, 2018)

Dicha aceleración es un vector que siempre está dirigido hacia el centro de la trayectoria circular, de ahí su nombre, aceleración centrípeta:

$$a_c = \frac{v_T^2}{r}$$

En donde a_c es la aceleración centrípeta en m/s^2 ; v_T , la velocidad tangencial en m/s y r el radio de la trayectoria circular en m .

Si $v_T = \omega \cdot r$, tenemos:

$$a_c = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \omega^2 \cdot r$$

Es decir:

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

En donde a_c es la aceleración centrípeta en m/s^2 ; ω , la velocidad angular en rad/s y r el radio de la trayectoria circular en m .

Por otra parte, una comparación entre las variables angulares y tangenciales en el caso en donde $\alpha \neq 0$ y $a_T \neq 0$, es decir, el Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV):

Variables angulares	Variables tangenciales
$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$ $\theta = \omega_i t + \frac{\alpha t^2}{2}$ $2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_i^2$	$a_T = \frac{v_f - v_i}{t}$ $s = v_i t + \frac{a_T t^2}{2}$ $2a_T s = v_f^2 - v_i^2$
En donde: α = aceleración angular en rad/s^2 θ = desplazamiento angular en rad ω_f = velocidad angular final en rad/s ω_i = velocidad angular inicial en rad/s	En donde: a_T = aceleración tangencial en m/s^2 s = desplazamiento lineal en m v_f = velocidad tangencial final en m/s v_i = velocidad tangencial inicial en m/s

En este caso, las magnitudes de las velocidades sí cambian, es decir, tenemos aceleración angular y tangencial, por lo tanto, el vector velocidad tangencial, aparte de cambiar de magnitud, también cambia de dirección. Es por ello que, aparte de la aceleración tangencial, también se presenta una aceleración centrípeta, solo que esta última no es constante ya que depende de la magnitud de la velocidad tangencial, la cual cambia a cada instante.

La aceleración tangencial, como su nombre lo dice, es tangente a la trayectoria y la aceleración centrípeta siempre está dirigida hacia el centro, y sabemos que geométricamente una línea tangente siempre es perpendicular al radio; es así que las dos aceleraciones definen una aceleración resultante:

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

Las variables angulares y tangenciales del movimiento angular se pueden relacionar a partir de la definición de radian:

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Si en la expresión anterior despejamos la longitud del arco s y la dividimos entre el tiempo de forma sucesiva, obtendremos las siguientes relaciones:

Relación entre variables angulares y lineales del movimiento circular

$$s = \theta \cdot r$$

s = longitud de arco en m

θ = ángulo expresado en rad

r = radio de la trayectoria en m

$$v_T = \omega \cdot r$$

v_T = velocidad tangencial en m

ω = velocidad angular en rad/s

r = radio de la trayectoria en m

$$a_T = \alpha \cdot r$$

a_T = aceleración tangencial en m/s^2

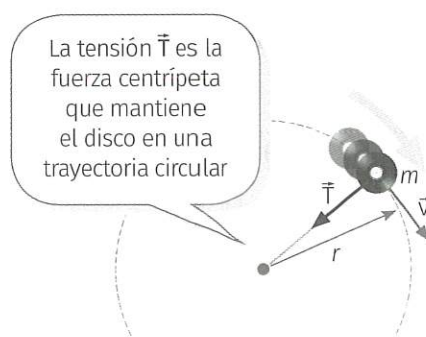
α = aceleración angular en rad/s^2

r = radio de la trayectoria en m

Fuerza centrípeta

Se dice que un objeto puede estar bajo la acción de una aceleración centrípeta solo si alguna fuerza externa está actuando sobre él. La fuerza centrípeta no es más que una fuerza que actúa hacia el centro, la fuerza gravitacional sobre un satélite como la Luna orbitando la Tierra o un planeta como orbitando el Sol. Retomemos la actividad de apertura de nuestra sesión, en donde la cubeta con agua giraba sobre nuestras cabezas en círculos verticales, así como la tensión que apareció en la cuerda cuando amarramos la pelota y la hicimos girar en círculos horizontales, son ejemplos de fuerzas centrípetas.

Supongamos que un objeto de masa m gira con una velocidad constante a lo largo de una trayectoria circular horizontal de radio r . Cuando el objeto se mueve a lo largo de la trayectoria circular, también tiende a moverse en línea recta, pero una fuerza radial evita que esto ocurra; esta fuerza es la tensión en la cuerda, es decir, la fuerza centrípeta.



(Serway & Vuille, 2018)

En general, al aplicar la Segunda Ley de Newton, tenemos que la fuerza centrípeta no es más que el producto entre la masa del objeto y la aceleración radial (aceleración centrípeta) que evita que un objeto salga disparado tangencialmente en línea recta como consecuencia de moverse a lo largo de una trayectoria circular:

$$F_c = m \cdot a_c$$

Es decir:

$$F_c = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right)$$

En donde m es la masa del objeto en kg ; v_T , la velocidad tangencial en m/s ; ω , la velocidad angular en rad/s y r es el radio de la trayectoria circular en m .

Revisa los ejemplos que se te presentan a continuación para que, posteriormente, resuelvas los ejercicios propuestos.



Ejemplo 3

En un reproductor de discos compactos, a medida que la cabeza lectora se mueve desde el centro del disco, la velocidad angular de este cambia de manera que la velocidad lineal en la posición de la cabeza siempre es un valor constante de aproximadamente 1.3 m/s . a) Encuentra la velocidad angular cuando la cabeza lectora está a 2 cm del centro y luego a 5.6 cm . b) Una tornamesa anticuada gira con una velocidad angular constante, de manera que la velocidad lineal del surco del disco que se mueve bajo el detector (aguja) cambia. Encuentra la velocidad lineal de un disco de 45 rpm en los puntos a 2 y 5.6 cm del centro. c) En ambos, CD y disco fonográfico, la información es registrada en una pista espiral continua. Calcula la longitud total de la pista para un CD diseñado para reproducir durante 1 hora (Serway & Vuille, 2018).

- a. La velocidad angular a 2.0 cm y 5.6 cm , si $v_T = \omega \cdot r$, entonces la velocidad angular:

$$\omega_{2 \text{ cm}} = \frac{v_T}{r} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 65 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{5.6 \text{ cm}} = \frac{v_T}{r} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{5.6 \times 10^{-2} \text{ m}} = 23.21 \text{ rad/s}$$

- b. La velocidad lineal de un disco cuya $\omega = 45 \text{ rpm}$ en los puntos 2 y 5.6 cm , si $v_T = \omega \cdot r$:

$$\omega = \left(45 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right) \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = \frac{3}{2} \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 4.71 \text{ rad/s}$$

$$v_{T(2 \text{ cm})} = \left(\frac{3}{2} \pi \text{ rad/s} \right) (2 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0.0942 \text{ m/s}$$

$$v_{T(5.6\text{ cm})} = \left(\frac{3}{2} \pi \text{ rad} / s \right) (5.6 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0.2639 \text{ m} / s$$

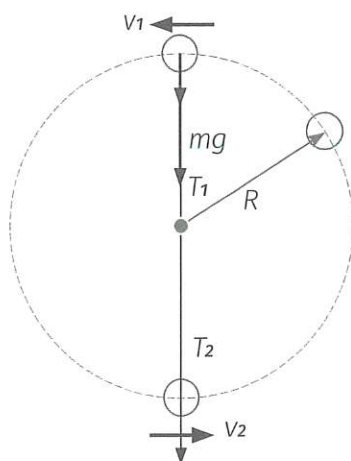
- c. Longitud total para una pista de un CD cuya duración es de 1 hora = 3,600 s, por lo tanto, la longitud de arco s es:

$$s = v \cdot t = (1.3 \text{ m/s})(3,600 \text{ s}) = 4,680 \text{ m}$$



Ejemplo 4

En la figura se muestra el círculo vertical que describe el juego mecánico conocido como cíclope, de la feria de Tlacolula de Matamoros. Si una persona de 80 kg alcanza 12 rpm (en su velocidad más alta) en una trayectoria circular cuyo diámetro es de 15 m: a) ¿cuál es la velocidad tangencial de esta persona?; b) ¿cuál es la fuerza adicional a su peso (T_1) que experimenta esta persona cuando pasa por la parte más alta de su trayectoria circular?; c) ¿cuál es la fuerza adicional a su peso (T_2) que experimenta esta persona cuando pasa por la parte más baja de su trayectoria circular?; d) ¿cuál es la mínima rapidez necesaria al pasar por la parte más alta para que se conserve el movimiento circular?



(Tippens, 2011)

- a. Velocidad tangencial de la persona si la frecuencia angular es de $\omega = 12 \text{ rpm}$ y el radio de la trayectoria es de $r = 7.5 \text{ m}$:

$$\omega = \left(12 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) = \frac{2}{5} \pi \text{ rad} / s = 1.2566 \text{ rad} / s$$

Por lo tanto, la velocidad tangencial será:

$$v_T = \omega \cdot r = (1.2566 \text{ rad/s})(7.5 \text{ m}) = 9.4248 \text{ m/s}$$

- b.** La fuerza adicional a su peso que experimenta esta persona cuando pasa por la parte más alta es la fuerza T_1 ; de nuestra figura podemos deducir que:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_c$$

$$T_1 + mg = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right)$$

$$T_1 = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right) - mg$$

$$T_1 = m \left(\frac{v_T^2}{r} - g \right) = (80 \text{ kg}) \left(\frac{(9.4248 \text{ m/s})^2}{7.5 \text{ m}} - 9.8 \text{ m/s}^2 \right) = 163.49 \text{ N}$$

- c.** La fuerza adicional a su peso que experimenta esta persona cuando pasa por la parte más baja es la fuerza T_2 ; de nuestra figura podemos deducir que:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_c$$

$$T_2 - mg = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right)$$

$$T_2 = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right) + mg$$

$$T_2 = m \left(\frac{v_T^2}{r} + g \right) = (80 \text{ kg}) \left(\frac{(9.4248 \text{ m/s})^2}{7.5 \text{ m}} + 9.8 \text{ m/s}^2 \right) = 1,731.49 \text{ N}$$

- d.** La mínima rapidez necesaria al pasar por la parte más alta para que se conserve el movimiento circular, la velocidad crítica se presenta cuando la fuerza adicional al peso disminuye a cero ($T_1 = 0$), por lo tanto:

$$\Sigma F_y = m \cdot a_c$$

$$T_1 + mg = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right)$$

Como $T_1 = 0$:

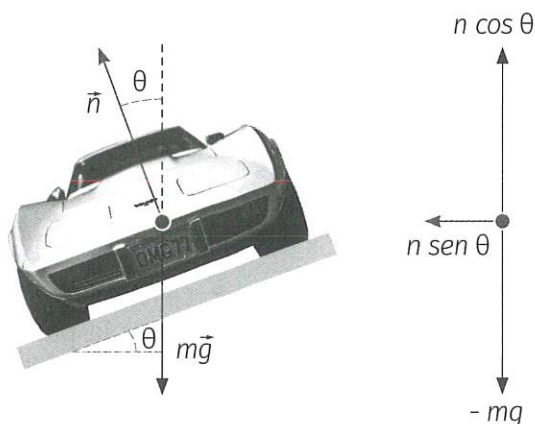
$$mg = m \left(\frac{v_T^2}{r} \right)$$

$$v_T = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{(7.5 \text{ m})(9.8 \text{ m/s}^2)} = 8.57 \text{ m/s}$$



Ejemplo 5

El circuito Hermanos Rodríguez, en Ciudad de México (CDMX), es famoso por sus carreras, especialmente la del Gran Premio de la Fórmula 1, llevada a cabo en el mes de noviembre del año pasado. En su trazo, hay curvas con peralte de 31° y con un radio máximo de 316 m . Si un automóvil toma la curva demasiado lento, tiende a deslizarse hacia abajo por la pendiente que hay en la vuelta debida al peralte, mientras que si la toma demasiado rápido, puede salir tangencialmente de la pista por la inclinación en la curva. a) Encuentra la aceleración centrípeta necesaria para que el automóvil no se deslice hacia abajo en las curvas ni tienda a abandonar la pista hacia fuera (omite la fricción); b) calcula la velocidad del automóvil de carreras (Serway & Vuille, 2018).



(Serway & Vuille, 2018)

- a. Cálculo de la magnitud de la aceleración centrípeta despreciando los efectos de la fuerza de fricción:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N \cdot \cos \theta - mg = 0$$

$$N \cdot \cos \theta = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a_c$$

$$N \cdot \sin \theta = mg \cdot a_c$$

$$\left(\frac{mg}{\cos \theta} \right) \sin \theta = m \cdot a_c$$

Recordemos que $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$:

$$a_c = \frac{mg \tan \theta}{m}$$

$$a_c = g \cdot \tan \theta$$

$$a_c = (9.8 \text{ m/s}^2)(\tan (31^\circ)) = 5.89 \text{ m/s}^2$$

- b. Cálculo de la velocidad del automóvil. Del análisis anterior, partamos del hecho que $a_c = g \cdot \tan \theta$, entonces:

$$\frac{v_T^2}{r} = g \cdot \tan \theta$$

$$v_T = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \theta} = \sqrt{(316 \text{ m})(9.8 \text{ m/s}^2)(\tan (31^\circ))} = 43.14 \text{ m/s} = 155.29 \text{ km/h}$$



Reto educativo 2

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios:

1. Halla el coeficiente de fricción estática necesario para mantener un movimiento a 20 m/s en una curva cuyo radio es de 84 m .

$$\text{R. } \mu_s = 0.4859$$

2. En un día lluvioso, el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera es de solo 0.4 .

- a. ¿Cuál es la rapidez máxima a la que puede transitar un automóvil en una curva de 80 m de radio?

- b. Calcula el ángulo del peralte óptimo para que el automóvil transite por la curva sin derrapar.

$$\text{R. a) } 17.71 \text{ m/s} = 63.75 \text{ km/h; b) } 21.78^\circ$$

3. Una piedra yace en el fondo de un cubo que se mueve describiendo un círculo vertical de 70 cm de radio. ¿Cuál es la menor rapidez a la que debe moverse el cubo en la parte superior del círculo para que la piedra no se salga de su trayectoria?

$$\text{R. } v_{\min} = 2.62 \text{ m/s} = 9.43 \text{ km/h}$$

4. Una pelota de 3 kg oscila describiendo un círculo vertical en el extremo de un cordón de 8 m . Cuando llega a la parte más alta de su trayectoria, su velocidad es de 16 m/s .

- a. ¿Cuál es la tensión en el cordón?

- b. ¿Cuál es la velocidad crítica en el punto más alto?

$$\text{R. a) } 66.6 \text{ N; b) } 8.85 \text{ m/s}$$

5. Un satélite se halla a una distancia de 900 km sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuál es el periodo del movimiento del satélite?

$$\text{R. } T = 1.7166 \text{ horas}$$

A manera de coevaluación, con el apoyo de tu docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



Actividad extraclase

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno. Para que puedas resolverlos y obtener un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B2-TSF1.

1. Un niño de 20 kg se sienta a 3 m del centro de una plataforma giratoria. Si $\mu_s = 0.4$, ¿cuál es el máximo número de revoluciones por minuto que puede alcanzar la plataforma antes que el niño resbale?

$$\text{R. } f = 10.90 \text{ rpm}$$

2. Un autobús toma una curva de 120 m de radio con una rapidez de 96 km/h . Si esta es la rapidez a la que comienza a derrapar:
- ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos y la carretera?
 - Halla el ángulo del peralte óptimo para evitar que el autobús derrape.

R. a) 0.6047; b) 31.16°

3. Una piedra de 1.2 kg está atada al extremo de una cuerda de 90 cm de longitud. A continuación, la piedra se hace girar con una rapidez constante describiendo un círculo vertical.
- ¿Cuál es la velocidad crítica que la cuerda debe alcanzar en la parte superior de la trayectoria para no perder su tensión?
 - Supón que la piedra se mueve con una rapidez constante de 8 m/s . ¿Cuáles son las tensiones de la cuerda cuando está en la parte superior e inferior del círculo?

R. a) 2.97 m/s ; $T_{\text{superior}} = 73.57\text{ N}$ y $T_{\text{inferior}} = 97.09\text{ N}$

4. Una niña de 36 kg ocupa el asiento de un columpio que está sujeto por dos cadenas de 20 m de longitud cada una. Si una persona suelta a la niña desde una posición 8 m por debajo del punto más alto del columpio, ¿qué fuerza ejercerá este sobre la niña cuando ella pase por el punto más bajo?

R. $F = 776.37\text{ N}$

5. ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra debe estar un satélite para que complete una vuelta alrededor de nuestro planeta en un lapso de 28 horas?

R. $40.44 \times 10^6\text{ m}$

A manera de coevaluación, con el apoyo de su docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



CIERRE



Reto educativo

Discute con tus compañeros y docente tus reflexiones acerca de los aprendizajes obtenidos durante esta sesión y aplicación de los mismos en tu vida cotidiana. Con esto promueves la competencia disciplinar 7.

SESIÓN 2



HORAS:

9

APRENDIZAJE ESPERADO:

Aplica los sistemas rotacionales de manera responsable, calculando la torsión y la aceleración angular para obtener diferentes parámetros, conocer la distancia, velocidad angular y tiempos de movimientos rotatorios que pueden encontrarse en su entorno.

Utiliza los cuerpos con movimiento rotatorio para demostrar la relación que existe entre el trabajo y la energía, tomando en cuenta la ley de la conservación de la energía en el uso responsable y eficiente de instrumentos y equipos de su vida cotidiana.

Examina la ley de la conservación del momento angular para analizar los sistemas giratorios de su entorno, a través de la comprensión de sus variaciones, explicando los cambios de su velocidad de forma colaborativa, metódica y organizada.



APERTURA



Reto educativo

Continuemos con el análisis del movimiento del juego mecánico conocido como cíclope, que se instala en las fiestas de octubre en Tlacolula de Matamoros y que, como recordaremos, consiste en una estructura circular de 15 m de diámetro que gira sobre su propio eje, en cuyos extremos cuenta con unas góndolas articuladas (de 100 kg) con cupo para dos pasajeros; dichas góndolas están colocadas a todo lo largo de la circunferencia de la estructura del disco.

Con la información recabada en la sesión anterior, se pudo hacer un análisis a partir de los datos recabados de la rutina que desarrolla el operador del cíclope en cada vuelta. En el ejemplo 1, cuando abordamos los temas de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración angular, determinamos la aceleración angular que tiene que desarrollar el motor en caso de un paro de emergencia. Por otra parte, en el ejemplo 2, al entrar a los temas de aceleración y fuerza centrípeta, pudimos estudiar el movimiento del disco cuando se comporta como un círculo vertical y se calcularon las fuerzas centrípetas a las que está sometida una persona cuando el cíclope se mueve sobre una perfecta vertical.

¿Cuál es el momento de inercia del disco que forma la estructura de este juego mecánico? ¿Cuál es el torque que tiene que desarrollar el motor para acelerarlo? Cuando alcanza su velocidad máxima, ¿cuál es la energía cinética rotacional del disco que forma su estructura? Con la finalidad de que el disco gire más rápido, ¿se puede acelerar o desacelerar el disco en un menor tiempo sin la necesidad de tener que cambiar el motor? Estas son algunas de las preguntas que responderemos conforme desarrollemos la presente sesión.



DESARROLLO

A lo largo de esta sesión conoceremos algunas propiedades de los objetos que se mueven a lo largo de una trayectoria circular, reflexionaremos por qué a algunos cuerpos les resulta más fácil girar que a otros, describiremos al momento de torsión como un factor determinante para que un objeto gire con una determinada aceleración, entenderemos que como consecuencia de una aceleración habrá cambios en la velocidad y, por lo tanto, cambios en su energía cinética rotacional.

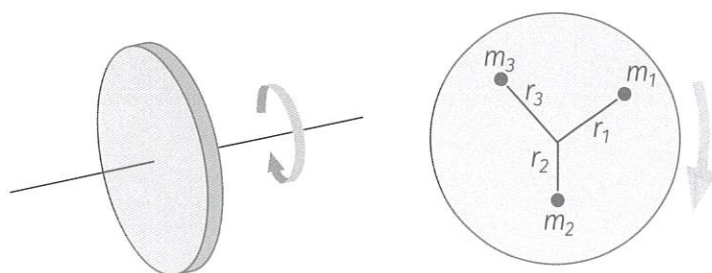
Momento de inercia

El momento de inercia es un concepto que tiene un gran paralelismo con el de masa. Sabemos que la masa es una medida de la inercia de un objeto, es decir, la resistencia a cambiar las condiciones de su movimiento; de forma análoga, el momento de inercia es una medida de la resistencia que tiene un objeto a cambiar las condiciones de su movimiento cuando gira alrededor de un eje, de modo que el momento de inercia I es la contraparte rotatoria de la masa m ; sin embargo, hay algunas distinciones importantes entre los dos que debemos de tomar en cuenta. Por una parte, la masa es una propiedad intrínseca del objeto, que además no cambia, mientras que el momento de inercia de un sistema depende de la distribución de la masa y de la localización de su eje de rotación.

Un pequeño objeto o partícula que gira alrededor de un eje tiene un momento de inercia definido por:

$$I = m \cdot r^2$$

En donde m es la masa en kg ; r , la distancia de la partícula al eje de rotación en m e I es el momento de inercia o inercia rotacional en $kg \cdot m^2$.



(Serway & Vuille, 2018)

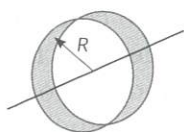
Cuando tenemos varias partículas que forman un conjunto de partículas, tenemos que considerar el momento de inercia de cada una de ellas, ya que todas giran con la misma velocidad angular, por ejemplo:

$$I = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \dots + m_n \cdot r_n^2$$

Es decir:

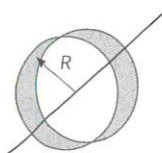
$$I = \sum_1^n (m_n r_n^2)$$

De la suma de todas estas partículas se constituyen diversos objetos de formas variadas y de acuerdo en cómo se distribuya la masa, así como la localización de su eje de rotación, nuestro conjunto de partículas tendrá un determinado momento de inercia. A continuación, presentamos una tabla de inercias rotacionales de algunos cuerpos de uso común, los cuales giran con respecto a un determinado eje de rotación:



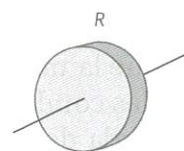
Aro delgado.

$$I = mR^2$$



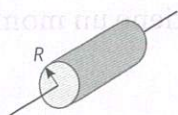
Aro delgado al rededor de uno de sus diámetros.

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



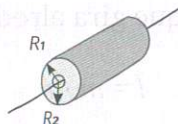
Disco sólido.

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



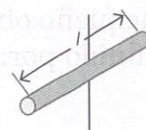
Cilindro sólido.

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



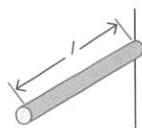
Cilindro hueco.

$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$



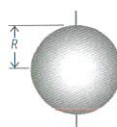
Barra delgada, eje a través de su centro.

$$I = \frac{1}{12}ml^2$$



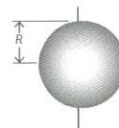
Barra delgada, eje en uno de sus extremos.

$$I = \frac{1}{3}ml^2$$



Esfera sólida, eje en su diámetro.

$$I = \frac{2}{5}mR^2$$



Esfera hueca de pared delgada.

$$I = \frac{2}{3}mR^2$$

(Tippens, 2011)

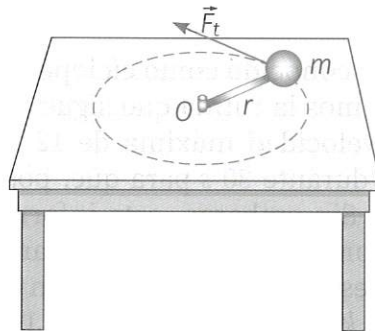
El momento de inercia de un objeto compuesto es igual a la suma de la inercia rotacional de los todos los componentes que lo conforman, solo que girando respecto a un eje de rotación en común. Esto se puede hacer utilizando el **Teorema de los Ejes Paralelos**, el cual queda expresado mediante la siguiente ecuación:

$$I = I_{cm} + Mh^2$$

En donde I es la inercia de rotación alrededor de un eje arbitrario expresada en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$; I_{cm} , la inercia de rotación alrededor del centro de masa en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$; M , la masa total del objeto en kg y h es la distancia perpendicular entre el eje de rotación y el centro de masa en m .

Relación entre momento de torsión y aceleración angular

Cuando un objeto se mueve a lo largo de una trayectoria circular y está bajo la acción de una fuerza externa, se produce un torque sobre dicho objeto, resultado del producto de la fuerza (tangencial) y de un brazo de palanca medido desde el centro de la trayectoria circular. Por esta razón, el objeto experimentará una aceleración angular directamente proporcional al torque aplicado; esta situación es muy similar a la Segunda Ley de Newton. Veamos a continuación:



(Serway & Vuille, 2018)

Consideremos que tenemos un objeto de masa m unido a una barra muy ligera de longitud r . La barra gira alrededor del punto y su movimiento de rotación se limita a un plano horizontal en el cual se desprecia la fricción. Sobre nuestro objeto de masa m actúa una fuerza tangencial, la cual es perpendicular a la barra, es decir, es tangente a la trayectoria circular del objeto. Debido a que ninguna fuerza actúa opuesta a la fuerza tangencial, el objeto experimenta una aceleración tangencial a la trayectoria circular, de acuerdo con la Segunda Ley de Newton:

$$F_T = m \cdot a_T$$

Si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por el radio de la trayectoria circular, tendremos:

$$F_T \cdot r = m \cdot a_T \cdot r$$

Recordemos que la aceleración tangencial y la angular están relacionados por $a_T = \alpha \cdot r$, entonces:

$$F_T \cdot r = m(\alpha \cdot r) r$$

$$F_T \cdot r = mr^2\alpha$$

Ya que el producto $F_T \cdot r = \tau$ y retomando el concepto de momento de inercia o inercia rotacional de una partícula que gira alrededor de un eje, $I = m \cdot r^2$, la ecuación anterior quedará expresada de la siguiente manera:

$$\tau = I \cdot \alpha$$

A esta expresión se le conoce como la Segunda Ley de Newton para el movimiento circular, la cual describe la relación entre el torque o momento de torsión y la aceleración angular, y establece que la aceleración angular será directamente proporcional al momento de torsión (torque) e inversamente proporcional a la inercia rotacional del objeto.

Revisa los ejemplos que se te presentan a continuación para que, posteriormente, resuelvas los ejercicios propuestos.



Ejemplo 6

Retomemos el juego mecánico conocido como *cíclope*, del cual se habló en la sesión anterior. Brevemente describimos la rutina que sigue el operador: parte del reposo y tarda 45 s en alcanzar su velocidad máxima de 12 *rpm*, mantiene su velocidad máxima en posición vertical durante 30 s para que, posteriormente, tarde otros 45 s en detenerse por completo. Sin embargo, esta información no es suficiente, por lo que los estudiantes se dieron a la tarea de contactar al fabricante del juego para conseguir datos relativos a su estructura y encontraron que esta está formada por un aro circular de acero de 1,300 kg y 15 m de diámetro, 10 barras de acero de 15 m de longitud que cruzan de lado a lado el aro circular y giran en su centro con una masa de 410 kg cada una; en los extremos de las barras están colocadas a todo lo largo del aro circular 20 góndolas de 100 kg que consideraremos como masas puntuales. Es momento de dar respuesta a dos de las preguntas que planteamos al inicio de la presente sesión: a) ¿cuál es el momento de inercia del disco que forma la estructura del *cíclope*? b) ¿cuál es el torque que tiene que desarrollar el motor para acelerarlo?

a. Cálculo del momento de inercia de la estructura del *cíclope*.

Recordemos que el momento de inercia de un objeto compuesto es igual a la suma de la inercia rotacional de los todos los componentes que lo conforman, así que retomaremos la inercia rotacional de los cuerpos de la tabla de inercias rotacionales para cada elemento.

En este caso, la estructura está formado por:

- Un aro circular de acero, por lo que consideraremos la inercia de un aro delgado que gira en su centro, $I_1 = mR^2$:

$$I_1 = (1,300 \text{ kg})(7.5 \text{ m})^2 = 73,125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Barra de acero, por lo que consideraremos la inercia de una barra delgada que gira en su centro, $I_2 = \frac{1}{12}ml^2$; dado que son 10 barras de acero, tenemos:

$$I_2 = (10) \left(\frac{1}{12} (410 \text{ kg})(15 \text{ m})^2 \right) = 76,875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Góndolas, las cuales consideraremos como masas puntuales y dado que son 20 góndolas de 100 kg, entonces.

$$I = m \cdot r^2$$

$$I_3 = 20((100 \text{ kg})(7.5 \text{ m})^2) = 112,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

La inercia total de la estructura será:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 73,125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 76,875 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 112,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I = 262,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- b.** El torque que tiene que desarrollar el motor $\tau = I\alpha$.

Si el disco parte del reposo y después de 45 s alcanza 12 rpm:

$$\omega_i = 0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = \left(12 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right) \left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = \left(\frac{2}{5} \right) \left(\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = 1.2566 \text{ rad/s}$$

$$\Delta t = t_f - t_i = 45 \text{ s}$$

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{1.2566 \text{ rad/s}}{45 \text{ s}} = 0.0279 \text{ rad/s}^2$$

Por lo tanto, el torque que tiene que desarrollar el motor es:

$$\tau = I\alpha = (262,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(0.0279 \text{ rad/s}^2) = 7,323.75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En conclusión, la inercia rotacional del ciclope es:

$$I = 262,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

El torque desarrollado del motor es:

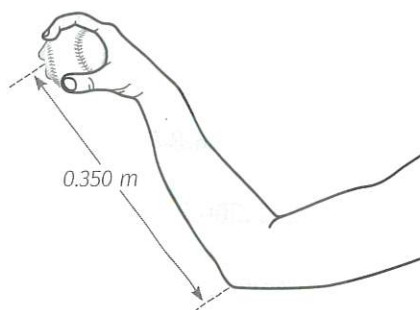
$$\tau = 7,323.75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El resto de las preguntas planteadas al inicio de la sesión las responderemos más adelante.



Ejemplo 7

Un jugador de béisbol calienta su brazo antes de lanzar una pelota de 0.150 kg ; usa solamente la rotación de su antebrazo para acelerarla, como lo muestra la figura. El antebrazo tiene una masa de 1.50 kg y una longitud de 0.350 m . La bola parte del reposo y se lanza con una rapidez de 30 m/s en 0.350 s . a) Encuentra la aceleración angular constante del brazo y de la pelota; b) calcula el momento de inercia del sistema que consiste en el antebrazo y la bola; c) encuentra el torque ejercido en el sistema que resulta en la aceleración angular encontrada en el inciso a) (Serway & Vuille, 2018).



(Serway & Vuille, 2018)

- a. Encontrar la aceleración angular del brazo y de la pelota.

La aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

Ya que la pelota parte del reposo, es decir, cuando $t_i = 0$ y $\omega_i = 0$, tendremos:

$$\alpha = \frac{\omega_f}{t_f}$$

Recuperemos la relación entre la velocidad tangencial y angular, $v_T = \omega r$, de donde $\omega = \frac{v_T}{r}$:

$$\omega_f = \frac{(30 \text{ m/s})}{0.350 \text{ m}} = 85.7143 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{85.7143 \text{ rad/s}}{0.30 \text{ s}} = 285.7143 \text{ rad/s}^2$$

b. Cálculo del momento de inercia del sistema que consiste en el antebrazo y la bola.

- Cálculo del momento de inercia de la pelota que gira alrededor del codo del brazo ($r = 0.350 \text{ m}$):

$$I_{\text{pelota}} = mr^2 = (0.150 \text{ kg})(0.350 \text{ m})^2 = 0.0184 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Cálculo de la inercia del antebrazo.

Consideremos el antebrazo ($m = 1.50 \text{ kg}$) como una barra delgada ($l = 0.350 \text{ m}$) que gira alrededor de un extremo (consultamos la tabla de momentos de inercia):

$$I_{\text{antebrazo}} = \frac{1}{3}ml^2 = \frac{1}{3}(1.5 \text{ kg})(0.350 \text{ m})^2 = 0.0613 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{\text{sistema}} = I_{\text{pelota}} + I_{\text{antebrazo}} = 0.0184 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.0613 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 0.0797 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

c. El torque ejercido necesario en el sistema para producir la aceleración angular encontrada.

$$\tau = I\alpha = (0.0797 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(285.7143 \text{ rad/s}^2) = 22.7714 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Aceleración angular:

$$\alpha = 285.7143 \text{ rad/s}^2$$

- Momento de inercia del sistema:

$$I_{\text{sistema}} = 0.0797 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Torque ejercido necesario en el sistema:

$$\tau = 22.7714 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Reto educativo 3

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens.

1. Una cuerda que está enrollada en un carrete circular de 5 kg permite arrastrar objetos con una tensión de 400 N. Si el radio del carrete es de 20 cm y puede girar libremente sobre su eje central:

- a. ¿Cuál es el momento de inercia del carrete circular?
- b. ¿Cuál es la aceleración angular?

R. a) $0.10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; b) 800 rad/s^2

2. Una varilla delgada de 3 kg tiene 40 cm de longitud y oscila sobre su punto medio.
3. ¿Cuál es la aceleración angular de la varilla, en rad/s^2 , si describe 20 rev al tiempo que su rapidez de rotación se incrementa de 200 rev/min a 600 rev/min?
- a. ¿Cuál es el momento de inercia de la varilla?
- b. ¿Qué momento de torsión se requiere para alcanzar esta aceleración?

R. a) 13.96 rad/s^2 ; b) $0.040 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; c) $0.5584 \text{ N} \cdot \text{m}$

4. Una masa de 2 kg se balancea en el extremo de una varilla ligera (se desprecia el peso de la varilla) describiendo un círculo de 50 cm de radio.
- a. ¿Cuál es el momento de inercia de la masa de 2 kg?
- b. ¿Qué momento de torsión resultante se requiere para impartir a esa masa una aceleración angular de 2.5 rad/s^2 ?

R. a) $0.50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; b) $1.25 \text{ N} \cdot \text{m}$

5. Un disco rectificador de 8 kg tiene 60 cm de diámetro y gira a 600 rev/min.
- a. ¿Cuál es la aceleración necesaria para detener su movimiento de rotación en 5 s?
- b. ¿Cuál es el momento de inercia del disco rectificador?
- c. ¿Qué fuerza de frenado se deberá aplicar tangencialmente al disco para detener su movimiento de rotación?

R. a) -12.5663 rad/s^2 ; b) $0.36 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; c) 15.08 N

A manera de coevaluación, con el apoyo de su docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



Actividad extraclase

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física: conceptos y aplicaciones*, de Paul E. Tippens, en tu cuaderno. Para poder realizarlos y obtener un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B2-TSF1.

1. El volante de un motor tiene un momento de inercia de $24 \text{ slug} \cdot \text{ft}^2$.
 - a. ¿Cuál es la aceleración del volante si este parte del reposo hasta una velocidad angular de 400 rpm en 10 s ?
 - b. ¿Cuál es el momento de torsión que se requiere para alcanzar esta aceleración?

R. a) 4.19 rad/s^2 ; b) $100.53 \text{ lb} \cdot \text{ft}$

2. Una rueda grande de turbina pesa 120 kg y tiene un radio de giro de 1 m . Un momento de torsión friccional de $80 \text{ N} \cdot \text{m}$ se opone a la rotación del eje.
 - a. ¿Qué momento de torsión se deberá aplicar para acelerar la rueda desde el reposo hasta 300 rev/min en 10 s ?
 - b. ¿Cuál es la aceleración?
 - c. ¿Cuál es el momento de inercia?

R. a) $456.99 \text{ N} \cdot \text{m}$; b) 3.1416 rad/s^2 ; c) $120 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

3. Una cuerda está enrollada con varias vueltas en un cilindro de 0.2 m de radio y 30 kg de masa.
 - a. ¿Cuál el torque aplicado a la cuerda si la tensión de esta es de 40 N ?
 - b. ¿Cuál es el momento de inercia del cilindro?
 - c. ¿Cuál es la aceleración angular del cilindro bajo las condiciones anteriores?

R. a) $8 \text{ N} \cdot \text{m}$; b) $0.60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; c) 13.33 rad/s^2

4. Un momento de torsión no balanceado de $150 \text{ N} \cdot \text{m}$ le imparte una aceleración angular de 12 rad/s^2 al rotor de un generador. ¿Cuál es el momento de inercia?

R. $12.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.

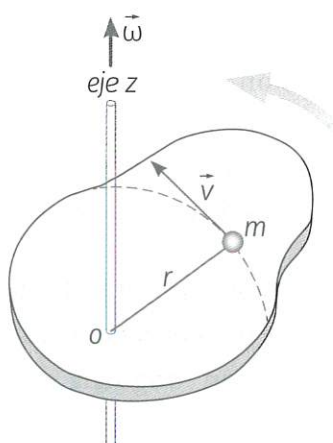
Trabajo rotacional, energía cinética rotacional

En los cursos anteriores de física hemos tocado el tema de energía en diversas ocasiones, como fue el caso cuando abordamos el tema de energía mecánica o los temas de calor y temperatura bajo el enfoque de la teoría cinética molecular. En ambos casos nos referimos a que la energía cinética de una partícula que se mueve en el espacio con una rapidez está por:

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

De la misma manera, un objeto que gira alrededor de un eje con una determinada velocidad angular tiene un tipo de energía cinética que se le conoce como energía cinética rotacional.

Consideremos una partícula que gira alrededor de un eje perpendicular al plano en el que se mueve, la cual describe una trayectoria circular, como podemos ver a continuación:



(Serway & Vuille, 2018)

La partícula se mueve con la velocidad v_T , que es tangente a la trayectoria, debido a que las velocidades tangencial y angular están relacionadas mediante $v_T = \omega \cdot r$; así, la energía cinética de la partícula quedará expresada en términos de su velocidad angular, por lo tanto, bajo esos términos será conocida como energía cinética rotacional:

$$K_R = \frac{m(\omega \cdot r)^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2}$$

Si el momento de inercia está definido por $I = m \cdot r^2$, entonces:

$$K_R = \frac{I\omega^2}{2}$$

En donde I es el momento de inercia o inercia rotacional en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$; ω , la veloci-

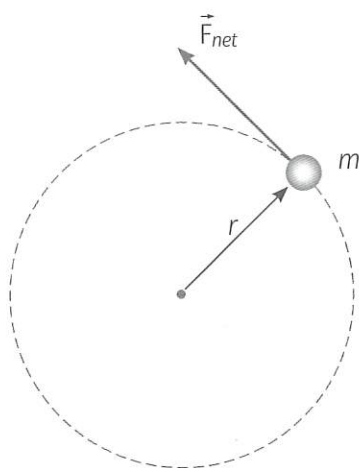
dad angular en rad/s y K_R es la energía cinética rotacional en J (joules).

Esta es una forma de energía que anteriormente no habíamos considerado, por lo tanto, ahora tenemos que ampliar los alcances de la Ley de la Conservación de la Energía. Por ejemplo, para el caso de una llanta que rueda sobre un plano inclinado, tenemos que considerar las siguientes formas de energía mecánica:

$$E_M = U_g + K_T + K_R$$

En donde E_M es la energía mecánica; U_g , la energía potencial gravitacional; K_T , la energía cinética traslacional en J y K_R es la energía cinética rotacional; todas en J .

Es importante considerar que cuando una partícula, que se mueve a lo largo de una trayectoria circular, está bajo un proceso de aceleración, el origen de esta es una fuerza externa actuando sobre la partícula de manera tangencial y a lo largo de una longitud de arco s de la trayectoria circular.



(Serway & Vuille, 2018)

Es decir, esta fuerza está realizando un trabajo a lo largo de la trayectoria, por lo tanto, este trabajo está definido por:

$$T = F_T \cdot s$$

Sabemos que la longitud de arco recorrida implica un desplazamiento a lo largo de la trayectoria circular y este, a su vez, implica un desplazamiento angular; ambas variables están relacionadas por $s = \theta \cdot r$, por lo tanto:

$$T = F_T \cdot r \cdot \theta$$

Si $F_T \cdot r = \tau$, el trabajo quedará definido mediante variables angulares:

$$T = \tau \cdot \theta$$

En donde T es el trabajo en J ; τ , el momento de torsión o torque en $N \cdot m$ y θ es el desplazamiento angular en rad .

Recordemos el teorema trabajo-energía, que dice que el único mecanismo que existe para cambiar la cantidad de energía de un sistema es el trabajo. Esto quiere decir que podemos aumentar o disminuir la cantidad de energía de un sistema solo mediante la realización de un trabajo, de tal manera que:

$$\Delta T = \Delta U_g + \Delta K_T + \Delta K_R$$

La potencia mecánica rotacional, es decir, la rapidez con la que se realiza un trabajo mecánico rotacional, se puede definir de la siguiente manera:

$$P = \frac{T}{t} = \frac{\tau \theta}{t} = \tau \theta t$$

$$P = \tau \cdot \omega$$

En donde P es la potencia en W , τ es el momento de torsión o torque en $N \cdot m$ y ω , la velocidad angular en rad/s .



Ejemplo 8

Una vez más retomaremos la situación planteada en el juego mecánico del cíclope. Ahora el objetivo es responder a las siguientes preguntas: a) una vez que se alcanza la velocidad máxima, ¿cuál es la energía cinética rotacional del disco que forma la estructura del juego?; b) para mantener la velocidad máxima durante 30 s, ¿qué potencia es la que debe desarrollar el motor?; c) con la finalidad de que el disco gire más rápido, ¿se puede acelerar o desacelerar el disco en un menor tiempo sin la necesidad de tener que cambiar el motor?

- a. A partir de la información recabada por los estudiantes, hemos llegado a obtener las siguientes conclusiones:

Momento de inercia: $I = 262,500 \text{ kg} \cdot m^2$

Aceleración angular: $\alpha = 0.0279 \text{ rad/s}^2$

Torque que debe de desarrollar el motor: $\tau = 7,323.75 \text{ N} \cdot m$

La energía cinética rotacional una vez que se alcanza la velocidad máxima, $\omega_f = 1.2566 \text{ rad/s}$ es:

$$K_R = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{(262,500 \text{ kg} \cdot m^2)(1.2566 \text{ rad/s})^2}{2} = 207,249.4673 \text{ J}$$

b. El trabajo necesario para mantener la velocidad máxima durante 30 s.

Recordemos que el trabajo realizado provoca un cambio de energía en el sistema y de manera inversa, un cambio en la energía de un sistema es provocado por un trabajo realizado, por lo tanto:

$$\Delta T = \Delta E_R$$

Por lo tanto:

$$\Delta T = 207,249.4673 \text{ J}$$

De esta manera la potencia necesaria será:

$$P = \frac{\Delta T}{t} = \frac{207,249.4673 \text{ J}}{30 \text{ s}} = 6,908.3156 \text{ W}$$

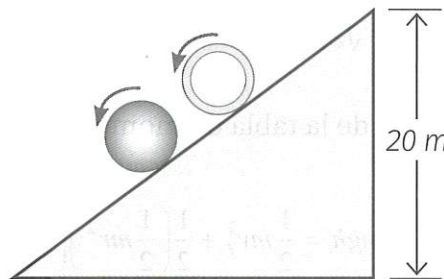
c. ¿Qué se puede hacer para mejorar la eficiencia del motor?

Una medida que se puede llevar a cabo es disminuir el momento de inercia de la estructura del cíclope, de esta manera, podremos hacer girar más rápido (con menos resistencia) la estructura del disco.



Ejemplo 9

Un aro y un disco circular tienen, cada uno, una masa de 2 kg y un radio 10 cm. Se dejan caer rodando desde el reposo a una altura de 20 m a la parte inferior de un plano inclinado, como se muestra en la figura. Encuentra las rapideces finales de ambos objetos al pie del plano inclinado (Tippens, 2011).



(Tippens, 2011)

Recuperando la Ley de la Conservación de la Energía:

$$\Delta E_i = \Delta E_f$$

$$U_i + K_{Ti} + K_{Ri} = U_f + K_{Tf} + K_{Rf}$$

Al inicio, el objeto está en reposo, por lo que $K_{Ti} = 0$, $K_{Ri} = 0$ y $U_f = 0$:

$$U_i = K_{Tf} + K_{Rf}$$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}I\omega_f^2$$

Dado que: $v_T = \omega \cdot r$, por lo tanto, $\omega = \frac{v_T}{r}$:

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v_f}{r}\right)^2$$

Para el caso del aro, de la tabla de momentos de inercia, tenemos que $I = m \cdot R^2$:

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}(mr^2)\left(\frac{v_f}{r}\right)^2$$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$mgh_i = mv_f^2$$

Despejamos la v_f :

$$v_f = \sqrt{gh_i} = \sqrt{(9.8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})} = 14 \text{ m/s}$$

Para el caso del disco, de la tabla de momentos de inercia, tenemos $I = \frac{1}{2}mR^2$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{v_f}{r}\right)^2$$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{4}mv_f^2$$

$$mgh_i = \frac{3}{4}mv_f^2$$

Despejando la velocidad final:

$$v_f = \sqrt{\frac{4gh_i}{3}} = 16.1658 \text{ m/s}$$

Parece algo difícil de creer ya que, aunque tienen la misma masa, no ruedan con la misma velocidad porque su momento de inercia es diferente.



Reto educativo 4

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo de tu docente, resuelve los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física: conceptos y aplicaciones* de Paul E. Tippens.

1. Una masa de 2 kg y una masa de 6 kg están unidas por una barra ligera de 30 cm. Se hace girar el sistema horizontalmente a 300 rpm en torno a un eje localizado a 10 cm de la masa de 6 kg. ¿Cuál es el momento de inercia en torno a este eje? ¿Cuál es la energía cinética rotacional?

R. 0.140 kg · m², 69.1 J

2. Un disco esmeril de 16 lb gira a 400 rev/min. ¿Cuál es el radio del disco si su energía cinética es de 54.8 ft · lb? ¿Cuál es el momento de inercia?

R. 6 in, 0.0625 slug · ft²

3. La rueda de una carreta mide 60 cm de diámetro y está montada en un eje central sobre el cual gira a 200 rev/min. Se puede suponer que la rueda es un aro circular de 2 kg de masa y cada uno de sus 12 rayos de madera de 500 g puede considerarse como una varilla delgada que gira sobre sus extremos. Calcula el momento de inercia de toda la rueda. ¿Cuál es su energía cinética rotacional?

R. 0.360 kg · m², 78.9 J

4. Un motor de 1.2 kW impulsa durante 8 s una rueda, cuyo momento de inercia es 2 kg · m². Suponiendo que la rueda estaba inicialmente en reposo, ¿cuál es su rapidez angular final?

R. 98.98 rad/s

5. Un motor de 600 W impulsa una polea con una velocidad angular media de 20 rad/s. ¿Cuál es el momento de torsión obtenido?

R. 30 N · m

6. Un cilindro de 2 kg tiene un radio de 20 cm . Rueda sin deslizarse a lo largo de una superficie horizontal a una velocidad de 112 m/s .
- ¿Cuál es su energía cinética traslacional?
 - ¿Cuál es su energía cinética rotacional?
 - ¿Cuál es la energía cinética total?
- R. a) 144 J ; b) 72 J ; c) 216 J**

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



Actividad extraclase

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física: conceptos y aplicaciones*, de Paul E. Tippens, en tu cuaderno. Para que puedas realizarlos y obtengas un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B2-TSF1.

1. La rueda de una bicicleta pesa 1.2 kg y tiene 70 cm de radio; además, tiene rayos cuyo peso es insignificante. Si parte del estado de reposo y recibe una aceleración angular de 3 rad/s^2 , ¿cuál será su energía cinética rotacional después de 4 s ?

R. 42.3 J

2. ¿Cuál deberá ser el radio de un disco circular de 4 kg si se requiere que su momento de inercia sea igual al de una varilla de 1 kg de peso y longitud de 1 m que oscila apoyada en su punto medio?

R. 0.2041 m

3. Una cuerda enrollada en un disco de 3 kg y 20 cm de diámetro recibe una fuerza de tracción de 40 N que la desplaza una distancia lineal de 5 m . ¿Cuál es el trabajo lineal realizado por la fuerza de 40 N ? ¿Cuál es el trabajo rotacional realizado sobre el disco? Aplica el teorema trabajo-energía para calcular la velocidad angular final del disco si este parte del estado de reposo.

R. 200 J , 200 J , 163.30 rad/s

4. Un cordón está enrollado en el borde de un cilindro que tiene 10 kg de masa y 30 cm de radio. Si se tira del cordón con una fuerza de 60 N , ¿cuál es la aceleración angular del cilindro? ¿Cuál es la aceleración lineal del cordón?

R. 40 rad/s^2 , 12 m/s^2

5. El cigüeñal de un automóvil desarrolla un momento de torsión de $350 \text{ lb} \cdot \text{ft}$ a 1800 rpm . ¿Cuál es la potencia resultante en caballos de fuerza?

R. $65,973.45 \text{ lb} \cdot \text{ft/s} = 120 \text{ hp}$

6. Considera un plano inclinado de 16 m de altura. Cuatro objetos de diferentes materiales tienen la misma masa de 3 kg : un aro circular, un disco, una esfera y una caja. Supón que la fricción es insignificante para la caja, pero es suficiente para que los objetos rueden sin deslizarse. Al calcular las velocidades finales en cada caso, determina el orden en el cual llegan al punto más bajo del plano.

R. $v_{\text{caja}} = 17.7 \text{ m/s}$; $v_{\text{esfera}} = 14.97\text{-}15 \text{ m/s}$; $v_{\text{disco}} = 14.46 \text{ m/s}$; $v_{\text{aro}} = 12.5 \text{ m/s}$

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.

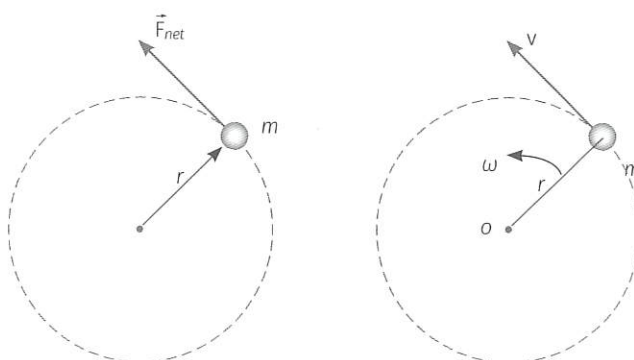
En coordinación con tu docente, desarrollen la siguiente lectura, identificando la importancia del momento angular.

Momento angular

El momento angular o momento cinético es una magnitud de gran importancia en todas las teorías físicas de la mecánica, desde la mecánica clásica hasta la mecánica cuántica, pasando por la mecánica relativista. Su importancia en todas ellas se debe a que está relacionada con las simetrías rotacionales de los sistemas físicos ya que, bajo ciertas condiciones, es una magnitud que se mantiene constante con el tiempo a medida que el sistema evoluciona, lo que da lugar a la Ley de Conservación del Momento Angular.

Seguimos con el caso de la fuerza tangencial F_T que actúa sobre una partícula a lo largo de una trayectoria circular. Una partícula o cuerpo que se mueve a lo largo de una trayectoria circular, con una velocidad tangencial v_T tendrá una cantidad de movimiento lineal igual a:

$$p = m \cdot v_T$$



(Serway & Vuille, 2018) (Tippens, 2011)

Al aplicarle una fuerza tangencial a esta partícula o cuerpo durante un breve periodo, esta se va a mover debido a que se le ha aplicado un impulso. Si dejamos de aplicar esta fuerza, la partícula no se detiene inmediatamente, sino que continúa su movimiento durante un tiempo, es decir, conserva una cantidad de movimiento, también llamada ímpetu.

La cantidad de movimiento angular es el producto de su cantidad de movimiento lineal por la distancia perpendicular que va del eje de rotación a la partícula:

$$p \cdot r = m \cdot v_T \cdot r$$

Si la cantidad de movimiento angular es $L = p \cdot r$ y la velocidad tangencial está definida por $v_T = \omega \cdot r$:

$$L = m(\omega \cdot r)r$$

Quitando paréntesis:

$$L = (m \cdot r^2) \omega$$

Recordemos que $I = m \cdot r^2$.

De esta manera queda expresado la cantidad de movimiento angular o momentum:

$$L = I \cdot \omega$$

En donde:

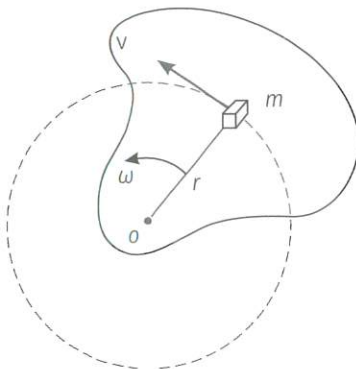
- L es la cantidad de movimiento angular en $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
- I es el momento de inercia o inercia rotacional en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$
- ω es la velocidad angular en rad/s

Si el análisis anterior lo llevamos a un conjunto de partículas que se mueven alrededor de un eje con la misma velocidad, debemos sumar la cantidad de movimiento de cada una de las partículas que forman parte de este objeto, es decir:

$$L = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega + m_3 \cdot r_3^2 \cdot \omega + \dots + m_n \cdot r_n^2 \cdot \omega$$

$$L = \left(\sum m \cdot r^2 \right) \omega$$

$$L = I \cdot \omega$$



(Tippens, 2011)

Analiza el siguiente ejemplo con el apoyo de tu docente



Ejemplo 10

Una varilla uniforme delgada mide 1 m de longitud y tiene una masa de 6 kg. Si la varilla se hace girar en su centro y se queda en rotación con una velocidad angular de 16 rad/s, calcula su cantidad de movimiento angular.

De acuerdo con la tabla de momento de inercia, se aplica el modelo matemático de una varilla uniforme:

$$I = \frac{ml^2}{12} = \frac{(6\text{ kg})(1\text{ m})^2}{12} = 0.5\text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Ahora se debe calcular la cantidad de movimiento con la siguiente expresión matemática:

$$L = I \cdot \omega$$

$$L = (0.5\text{ kg} \cdot \text{m}^2)(16\text{ rad/s}) = 8\text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Conservación del momento angular

Nuevamente retomemos la Segunda Ley de Newton para el movimiento circular:

Si $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, entonces:

$$\tau = I \cdot \alpha$$

$$\tau = I \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$\tau \cdot \Delta t = I \cdot \Delta\omega$$

$$\Delta t = I(\omega_f - \omega_i)$$

Aunque los dos miembros de la ecuación representan una igualdad, su significado físico es diferente, por lo que una forma de diferenciarlo son las unidades en las que están expresadas estas cantidades.

$$\tau \cdot \Delta t = \text{impulso angular } (\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s})$$

$$\Delta(I \cdot \omega) = \text{cambio en la cantidad de movimiento angular } (\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s})$$

Es decir, el impulso angular es igual al cambio en la cantidad de movimiento angular.

En un caso muy particular en donde el impulso angular sea cero ($\tau \cdot \Delta t = 0$):

$$0 = I(\omega_f - \omega_i)$$

$$I \cdot \omega_i = I \cdot \omega_f$$

$$L_i = L_f$$

Esto significa que la cantidad de movimiento angular se conserva:

Cantidad de movimiento angular inicial = Cantidad de movimiento angular final

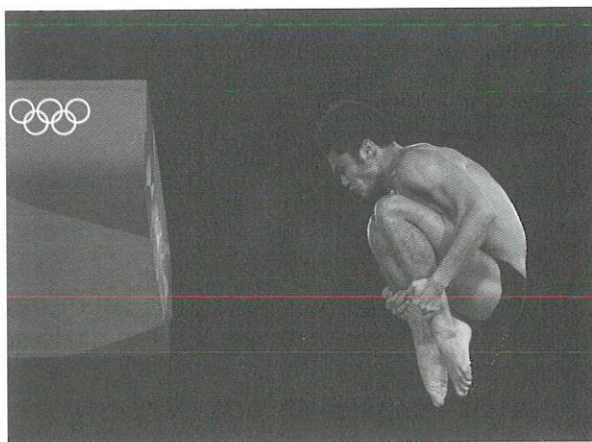
En otras palabras, si la suma de los momentos de torsión externos que actúan sobre un cuerpo es cero, la cantidad de movimiento angular se conserva.

Esto último es algo que es utilizado en múltiples disciplinas deportivas, en donde el deportista manipula su inercia rotacional para aumentar o disminuir su velocidad angular.

En el caso de un clavadista que, para poder realizar los giros más rápidos, junta su pecho contra sus piernas con la finalidad de disminuir su inercia rotacional y aumentar su velocidad angular.

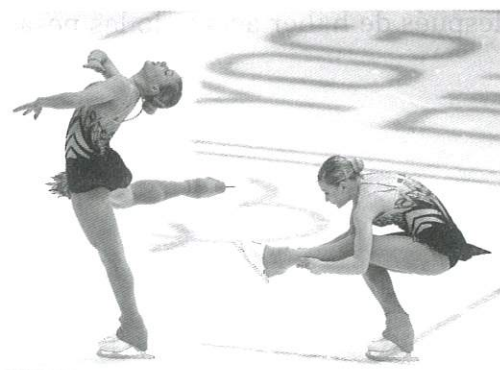
Así mismo, una patinadora que junta sus brazos y las piernas a su cuerpo o flexiona sus piernas contra su pecho o la parte trasera de su cabeza, formando figuras muy vistosas, al mismo tiempo reduce su inercia rotacional para aumentar su velocidad angular.

En ambos deportes, la velocidad con la que se hacen los giros es muy bien apreciada por los jueces, por lo que tener un buen control de su cuerpo para aumentar o disminuir la inercia rotacional hacen la diferencia entre aquellos que ganan las competencias y los que no.



Clavados / Iván García

Iván García realizó un clavado dos vueltas y media hacia adentro. Juegos Olímpicos y Paralímpicos, Londres 2012, londres2012.deporte.gob.mx



Lucrezia Gennaro ITA

Fotografía de Flickr.com / Lillehammer 2016 Youth Olympic Games

Foto: Thomas Lovelock para YIS / COI



Ejemplo 11

Una estudiante se sienta en un banco giratorio mientras levanta un par de pesas tal como lo muestra la figura. El banco rota libremente alrededor de un eje vertical con fricción despreciable. El momento de inercia de la estudiante, las pesas y el taburete es $2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Ella está en rotación con los brazos extendidos dando una vuelta completa cada 1.26 s. a) ¿Cuál es la rapidez angular inicial del sistema? b) Mientras rota, jala las pesas hacia su pecho, de modo que el nuevo momento de inercia del sistema (estudiante, pesas y b) se convierte en $1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. ¿Cuál es la nueva rapidez angular del sistema? c) Encuentra el trabajo realizado por la estudiante en el sistema mientras jala las pesas. (No hagas caso de la energía perdida en el trabajo de sus músculos.) (Serway & Vuille, 2018).



a. Cálculo de la rapidez inicial del sistema.

Dado que se da una vuelta completa en 1.26 s, nuestro periodo es $T = 1.26 \text{ s}$:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{1.26 \text{ s}} = 4.9867 \text{ rad/s}$$

- b. Cálculo de la nueva rapidez inicial después de haber acercado las pesas al cuerpo:

$$L_i = L_f$$

$$I_i \cdot \omega_i = I_f \cdot \omega_f$$

$$\omega_i = \frac{I_f \cdot \omega_f}{I_i} = \frac{(2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(4.9867 \text{ rad/s})}{1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 6.2334 \text{ rad/s}$$

- c. Trabajo realizado por el estudiante mientras acerca las pesas a su cuerpo. Recurriendo al teorema trabajo-energía:

$$\Delta T_{\text{estudiante}} = \Delta K_r = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 - \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$$

$$\Delta T_{\text{estudiante}} = \frac{1}{2} (1.80 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) (6.2334 \text{ rad/s})^2 - \frac{1}{2} (2.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) (4.9867 \text{ rad/s})^2$$

$$\Delta T_{\text{estudiante}} = 35.038 \text{ J} - 27.9756 \text{ J} = 7.0683 \text{ J}$$



Reto educativo 5

Vamos a poner en práctica lo aprendido hasta el momento. Organizados en equipos de cuatro integrantes y con apoyo del docente, resuelvan los siguientes ejercicios propuestos de diversos libros.

1. Una varilla de acero de 500 g y 30 cm de longitud oscila sobre su centro y gira a 300 rev/min. ¿Cuál es su cantidad de movimiento angular? ¿Qué momento de torsión promedio deberá aplicarse para detener totalmente la rotación en 2 s?

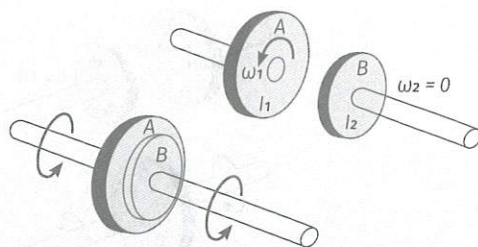
R. 0.118 kg · m/s, 0.0589 N · m

2. Un momento de torsión de 400 N · m se aplica repentinamente en el borde de un disco inicialmente en reposo. Si la inercia rotacional del disco es de 4 kg · m² y el momento de torsión actúa durante 0.02 s, ¿cuál será el cambio en la cantidad de movimiento angular? ¿Cuál será la rapidez angular final?

R. 8.00 kg · m²/s, 2.00 rad/s

3. Supón que el disco B gira inicialmente en el mismo sentido que las manecillas del reloj a 200 rev/min, en la misma dirección que el disco A. ¿Cuál sería entonces la rapidez angular común después de su acoplamiento?

R. 378 rev/min



4. Una hélice de turbina del motor a reacción de un avión tiene un momento de inercia de $2.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ alrededor de su eje de rotación. Al arrancar la turbina, su velocidad angular en función del tiempo es $\omega_2 = (40 \text{ rad/s}^2)t^2$.

a. Calcula el momento angular de la hélice en función del tiempo y su valor en $t = 3 \text{ s}$.

b. Determina la torca neta que actúa sobre la hélice en función del tiempo y su valor en $t = 3 \text{ s}$.

R. a) $900 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$; b) $600 \text{ N} \cdot \text{m}$

3. Calcula la magnitud del momento angular del segundero de un reloj alrededor de un eje que pasa por el centro de la carátula, si tal manecilla tiene una longitud de 15 cm y masa de 6 g . Trata la manecilla como una varilla delgada que gira con velocidad angular constante alrededor de un extremo.

R. $4.71 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.

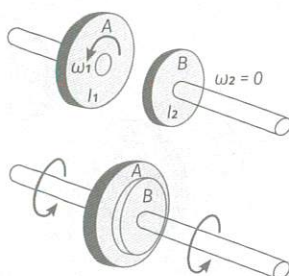


Actividad extraclase

De manera individual, realiza los siguientes ejercicios propuestos del libro de *Física: conceptos y aplicaciones*, de Paul E. Tippens, en tu cuaderno. Para que puedas realizarlos y obtengas un producto que contribuya a la construcción de conceptos pertinentes, apóyate en los criterios de evaluación del instrumento LC2-B2-TSF1.

1. En la figura, un disco A de 6 kg , que gira en el sentido de las manecillas del reloj a 400 rev/min , se acopla a un disco B de 3 kg que inicialmente estaba en reposo. El radio del disco A es de 0.4 m y el radio del disco B es de 0.2 m . ¿Cuál es la rapidez angular combinada después de que los dos discos se acoplan?

R. 37.2 rad/s

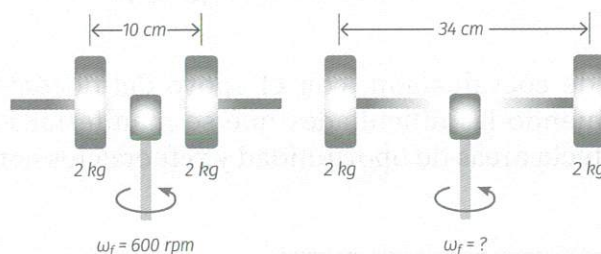


2. Supón que existen las mismas condiciones descritas en el problema anterior, con excepción de que el disco B gira en contrasentido al avance de las manecillas del reloj y A gira en el sentido de las manecillas del reloj. ¿Cuál es la velocidad angular combinada después del acoplamiento de los discos?

R. 333 rpm

3. La varilla que conecta los dos pesos de la figura tiene un peso insignificante, pero está configurada para permitir que los pesos resbalen hacia afuera. En el instante en que la rapidez angular llega a 600 rpm, las masas están separadas 10 cm. ¿Cuál será la rapidez rotacional cuando las masas estén a 34 cm de distancia una de otra?

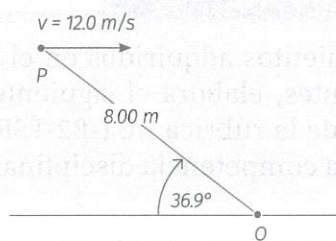
R. 51.9 rpm



(Tippens, 2011)

4. Una piedra de 2 kg tiene una velocidad horizontal con magnitud de 12 m/s cuando está en el punto P de la figura (Sears, Zemansky, Young, *et al.*, 2004).
- ¿Qué momento angular (magnitud y dirección) tiene con respecto a O en ese instante?
 - Suponiendo que la única fuerza que actúa sobre la piedra es su peso, calcula la rapidez del cambio (magnitud y dirección) de su momento angular en ese instante.

R. a) $115 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$; b) $125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$



5. Un bloque pequeño de 0.0250 kg en una superficie horizontal sin fricción está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie, tal como se muestra en la figura. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0.300 m del agujero con rapidez angular de 1.75 rad/s . Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0.150 m . El bloque puede tratarse como partícula.

- ¿Se conserva el momento angular del bloque? ¿Por qué?
- ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular?
- Calcula el cambio de energía cinética del bloque.
- ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón?

R. b) 7.00 rad/s ; c) $1.03 \times 10^{-2} \text{ J}$; d) $1.03 \times 10^{-2} \text{ J}$

A manera de coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los ejercicios anteriores exponiendo las dificultades que se manifestaron durante su solución, aclara dudas, detecta áreas de oportunidad y refuerza los conceptos involucrados.



CIERRE



Reto educativo

Discute con tus compañeros y docente tus reflexiones acerca de los aprendizajes obtenidos durante esta sesión y la aplicación de los mismos en tu vida cotidiana. Con esto promueves la competencia disciplinar 7.



Actividad Integradora

Para integrar los conocimientos adquiridos en el bloque, organizados en equipos mixtos de cuatro integrantes, elabora el siguiente proyecto, el cual se evalúa de acuerdo con los criterios de la rúbrica RU1-B2-TSF1. Con él se promueven los atributos 5.3 y 8.1, así como la competencia disciplinar 10.

Prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio

Esta actividad consiste en elaborar un prototipo en donde pongas en práctica los conocimientos más relevantes abordados en este bloque, como el momento de inercia, el trabajo rotacional y la energía cinética rotacional. Además, deberás hacer una breve exposición a tus compañeros relacionada con el funcionamiento de tu prototipo.

El prototipo consiste en elaborar ruedas que tengan la misma masa, pero con diferentes formas, como una esfera, un aro circular, un cilindro, etcétera, cualquier tipo de objeto que sea susceptible de rodar. Estas ruedas se van a dejar rodar desde lo alto de un plano inclinado, es decir, se sueltan simultáneamente y se verá cuál de las ruedas llega primero al fondo del plano inclinado.



ANEXOS



Instrumento de evaluación

Rúbrica RB-1



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: actividad integradora (prototipo de sistemas de fuerzas en equilibrio).

Instrucciones: anota (✓) en la casilla del registro según su cumplimiento.

Rubros	Nivel de dominio				Puntaje
	20	15	10	5	
1. Elementos principales de un sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican claramente los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican algunos de los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se identifican con dificultad algunos de los elementos del sistema de fuerzas en equilibrio.	No se identifican los elementos básicos de un sistema de fuerzas en equilibrio.	
2. Funcionamiento del dispositivo como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona con algunas dificultades como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo funciona con dificultad como un sistema de fuerzas en equilibrio.	El dispositivo no funciona como un sistema de fuerzas en equilibrio.	

Rubros	Nivel de dominio				Puntaje
	20	15	10	5	
3. Manipulación del equilibrio del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se puede manipular con facilidad el equilibrio del sistema.	Se manipula con algunas dificultades el equilibrio del sistema.	Se manipula con dificultad el equilibrio del sistema.	No se puede manipular el equilibrio del sistema.	
4. Cálculo del centro de gravedad del sistema de fuerzas en equilibrio.	Se calcula el centro de gravedad del sistema.	Se calcula con algunas dificultades el centro de gravedad del sistema.	Se calcula con dificultad el centro de gravedad del sistema.	No se calcula el centro de gravedad del sistema.	
5. Justificación del equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica con algunas dificultades el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	Se justifica con dificultades el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	No se justifica el equilibrio del sistema mediante el cálculo de las condiciones de equilibrio.	

Evaluó:

Observaciones:



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: mapa conceptual de sistemas de fuerzas.

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar	Puntaje				Observaciones
	E	R	S	NA	
Identifica el concepto clave (nivel uno) que se aborda en la lectura.	15	10	5	1	
Identifica los conceptos generales (nivel dos) que se derivan del concepto clave.	15	10	5	1	
Identifica los conceptos menos generales, conceptos de nivel tres.	15	10	5	1	
Utiliza conectores con palabras clave al relacionar los conceptos identificados.	15	10	5	1	
Se articulan ideas claras al relacionar los conceptos de diferente nivel.	20	15	10	5	
Utiliza relaciones cruzadas en la relación de los conceptos.	20	15	10	5	

Puntaje obtenido:**Evalúo:**



Instrumento de evaluación

Lista de cotejo LC-2



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: trabajo extraclase (solución de problemas).

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar	Puntaje				Observaciones
	E	R	S	NA	
Realiza un esquema que represente la situación planteada.	20	15	10	5	
El planteamiento tiene congruencia con el esquema que representa la situación contextualizada.	20	15	10	5	
Resuelve adecuadamente la situación planteada haciendo uso de las operaciones matemáticas correspondientes y de las unidades durante todo el proceso.	20	15	10	5	
Las operaciones matemáticas manifiestan orden, congruencia y coherencia con el planteamiento inicial.	20	15	10	5	
El procedimiento utilizado manifiesta orden y limpieza en el proceso de solución.	20	15	10	5	

Puntaje obtenido:

Evalúo:

BIBLIOGRAFÍA

Referencias bibliográficas

- Beer, F., Johnston, E., Mazurek, D. & Eisenberg, E. (2010). *Mecánica Vectorial para Ingenieros* (9.^a ed.). México: McGraw-Hill.
- Hibbeler, R. (2010). *Ingeniería Mecánica. Estática* (12.^a ed.). México: Pearson Educación.
- Resnick, R., Halliday, D. & Krane, K. (2000). *Física Vol. 1* (4.^a ed.). México: Patria Cultural.
- Sears, F., Zemansky, M., Young, H. & Freedman, R. (2004). *Física Universitaria, Volumen 1* (11.^a ed.). México: Pearson Educación.
- Serway, R. & Vuille, C. (2018). *Fundamentos de Física* (10.^a ed.). México: Cengage Learning Editores.
- Tippens, P. (2011). *Física, conceptos y aplicaciones* (7.^a ed.). México: McGraw-Hill.

BLOQUE III

Estática



HORAS:
12

Actividad integradora



Construcción de un prototipo de máquinas simples.

Propósito



Utilizar prototipos de máquinas simples como modelos de análisis, mostrando disposición al trabajo colaborativo, metódico y organizado, encontrando las ventajas de su uso y eficiencia en diferentes contextos.

Sesión 1



Horas:
3

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
● Concepto de máquina. ● Ventaja mecánica ideal. ● Ventaja mecánica real. ● Eficiencia.	Explica qué es una máquina, sus ventajas y su eficiencia.	Favorece su pensamiento crítico. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Opera diferentes tipos de máquinas simples, trabajando de forma colaborativa, y construye prototipos observando su eficiencia y ventaja de su utilización en diversos contextos.		Resolver el problemario propuesto.

Sesión 2



Horas:
9

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Tipos de máquinas simples. ● Polea. ● Plano inclinado. ● Palanca. ● Cuña. ● Rueda y eje. ● Transmisión de banda simple. ● Engranajes.	Analiza los diferentes tipos de máquinas simples.	Favorece su pensamiento crítico. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Opera diferentes tipos de máquinas simples, trabajando de forma colaborativa, y construye prototipos observando su eficiencia y ventaja de su utilización en diversos contextos.		Resolver el problemario propuesto. Construcción de un prototipo de máquinas simples.

APRENDIZAJE ESPERADO:

Opera diferentes tipos de máquinas simples, trabajando de forma colaborativa, y construye prototipos observando su eficiencia y ventaja de su utilización en diversos contextos.

SESIÓN 1



HORAS:
3



APERTURA



Reto educativo

En esta sesión trabajaremos con diferentes aparatos que transforman la aplicación de una fuerza en trabajo. Observa los diferentes dispositivos que se muestran a continuación y escribe el concepto de máquinas simples y su importancia en tu vida cotidiana.

Concepto de máquinas simples y su importancia en la vida cotidiana:





DESARROLLO

La actividad anterior te permite socializar la importancia de las máquinas simples que utilizas en tu vida cotidiana.



Reto educativo 1

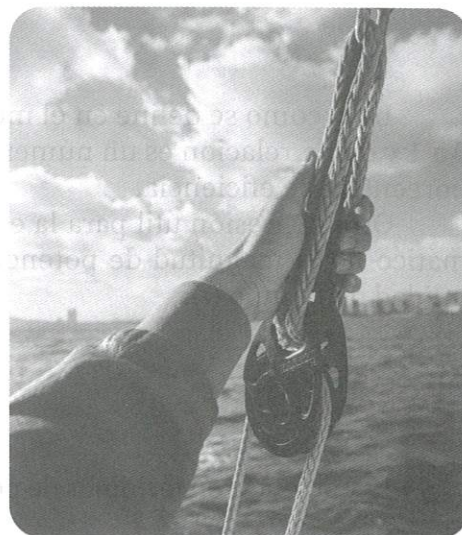
Realiza la siguiente lectura e identifica los modelos matemáticos que te permitirán encontrar la eficiencia de las máquinas simples.



Páginas vivas

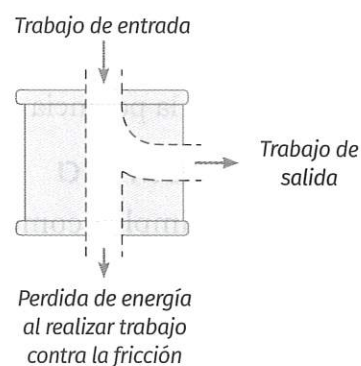
Las máquinas simples son cualquier dispositivo que facilita el trabajo con un solo movimiento. Este trabajo se facilita de tres maneras:

1. Reduciendo la fuerza que se ejerce.
2. Cambiando la distancia sobre la que se ejerce la fuerza.
3. Cambiando la dirección de la fuerza que se ejerce.



Máquinas simples y su eficiencia

En una máquina simple, el trabajo de entrada se realiza mediante la aplicación de una sola fuerza y la máquina realiza el trabajo de salida a través de otra fuerza única. Durante la operación de este tipo ocurren tres procesos, como se observa en la siguiente figura:



1. Se suministra trabajo a la máquina.
2. El trabajo se realiza contra la fricción.
3. La máquina realiza trabajo útil o de salida.

$$\text{Trabajo de salida} = (\text{fuerza})(\text{distancia})$$

De acuerdo con el principio de la conservación de la energía, estos procesos se relacionan con el siguiente modelo matemático.

$$T_e = T_k + T_s$$

Donde T_e es el trabajo de entrada, T_k es el trabajo de fricción y T_s es el trabajo de salida.

La cantidad de trabajo útil producido por una máquina nunca puede ser mayor que el trabajo que se le ha suministrado. Habrá una pérdida debido a la fricción o a la acción de otras fuerzas disipadoras; por lo anterior, cuanto más se reduzca la pérdida por fricción del aparato, se obtendrá mayor eficiencia de la máquina.

La eficiencia e de una máquina se define como la relación de trabajo de salida (T_s) entre el trabajo de entrada T_e

$$e = \frac{T_s}{T_e}$$

La e , como se define en el modelo matemático, se encontrará en un intervalo de 0 a 1 y dicha relación es un número decimal que al multiplicar por 100, se obtendrá el porcentaje de eficiencia.

Otra expresión útil para la eficiencia puede obtenerse a partir del modelo matemático de la magnitud de potencia (P), que es la relación del trabajo efectuado por unidad de tiempo (t):

$$P = \frac{\text{Trabajo}}{t}$$

$$\text{Trabajo} = P \cdot t$$

La eficiencia en términos de potencia se expresa en el siguiente modelo matemático.

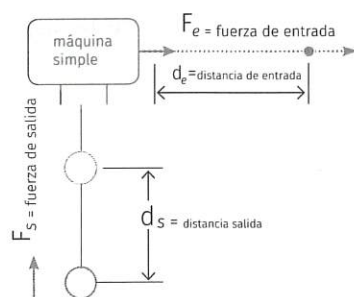
$$e = \frac{T_s}{T_e} = \frac{P_s \cancel{t}}{P_e \cancel{t}}$$

$$e = \frac{P_s}{P_e}$$

Donde P_s es la potencia de salida y P_e es la potencia de entrada.

Ventaja mecánica

Las máquinas simples como la palanca, polipasto, el malacate, los engranes, el plano inclinado y el gato de tornillo, desempeñan un papel importante en la industria moderna. El siguiente diagrama ilustra la operación de una máquina simple.



En el diagrama se observa una fuerza de entrada F_e que actúa a lo largo de una distancia d_e , realizando un trabajo $F_e d_e$, mientras una fuerza de salida F_s actúa a lo largo de una distancia d_s , $F_s d_s$.

Ventaja mecánica real

La ventaja mecánica real (VMR) de una máquina se define como el cociente de la fuerza de salida (F_s) y la fuerza de entrada F_e ; por tal razón, la VMR es adimensional. Cuando la VMR es mayor que 1, indica que la fuerza de salida es mayor que la de entrada.

$$VMR = \frac{\text{Fuerza de salida}}{\text{Fuerza de entrada}} = \frac{F_s}{F_e}$$

La eficiencia de una máquina aumenta en la medida en que los efectos de la fricción disminuyen (trabajo de fricción T_k) y, al aplicar el Principio de la Conservación de la Energía, se deduce el siguiente modelo matemático:

$$\begin{aligned} T_e &= T_k + T_s \\ F_e d_e &= T_k + F_s d_s \end{aligned}$$

La máquina más eficiente que pudiera existir no tendría pérdidas por la fricción, considerando $T_k = 0$, en condiciones ideales, se obtiene el siguiente modelo matemático:

$$F_s d_s = F_e d_e$$

Ventaja Mecánica Ideal (VMI)

Con este modelo matemático representamos un caso ideal, el cual llamaremos ventaja mecánica ideal (VMI) representado la razón de la distancia que recorre la fuerza de entrada a la distancia que recorre la fuerza de salida.

$$VMI = \frac{F_s}{F_e} = \frac{d_e}{d_s}$$

La eficiencia de una máquina simple es la relación del trabajo de salida entre el trabajo de entrada; por lo anterior, el modelo matemático de eficiencia se establece de la siguiente manera:

$$e = \frac{F_s d_s}{F_e d_e}$$

Del modelo matemático anterior se obtiene la siguiente expresión.

$$e = \frac{WMR}{WMI}$$

Es momento de aplicar los modelos matemáticos analizados en la lectura anterior. Con la ayuda de tu docente, revisa el siguiente ejercicio.



Ejemplo 1

Una máquina de aparejos levanta una carga de $3,000 \text{ kg}$ a una altura de 8 m en un tiempo de 20 s . Al mecanismo se le suministra una potencia de 18 hp . Calcula a) el trabajo de salida, b) la potencia de salida y la potencia de entrada y c) la eficiencia del mecanismo.

Te recordamos que para resolver un ejercicio deberás realizar un análisis de las situaciones que se te solicitan; así, debes saber que una máquina de aparejos es un sistema de poleas que consta de una polea fija y una o más poleas móviles. Realiza las conversiones en el mismo sistema de unidades. Aplica debidamente los modelos matemáticos.

- a. Trabajo de salida.

Modelo matemático:

$$T_s = (\text{fuerza})(\text{distancia})$$

$$T_s = (3,000 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(8 \text{ m}) = 235,200 \text{ J}$$

- b. Potencia de salida y potencia de entrada.

$$P_s = \frac{T_s}{t}$$

$$P_s = \frac{235,200 \text{ J}}{20 \text{ s}} = 11,760 \text{ W}$$

$$(18 \text{ hp}) \left(\frac{746 \text{ W}}{1 \text{ hp}} \right) = 13,428 \text{ W}$$

- c. Eficiencia.

$$e = \frac{P_s}{P_e}$$

$$e = \frac{11,760 \text{ W}}{13,428 \text{ W}} = 0.87$$



Reto educativo 2

Reúnete en parejas, resuelve los siguientes ejercicios del libro de *Física General*, de Frederick Bueche, en tu libreta. Esta actividad se evaluará con la rúbrica 01.

1. ¿Qué potencia, en kW , se suministra a un motor de 12 hp que tiene una eficiencia del 90% cuando desarrolla toda su potencia nominal?

R. 9.95 kW

2. Un motor proporciona 120 hp a un dispositivo que levanta una carga de $5,000\text{ kg}$ a una altura de 13 m en un tiempo de 20 s . Determina la eficiencia de la máquina.

R. $e = 36\%$

3. Se requiere una fuerza de 200 N para levantar una carga de 50 kg , tal como se muestra en el siguiente diagrama. Determina:

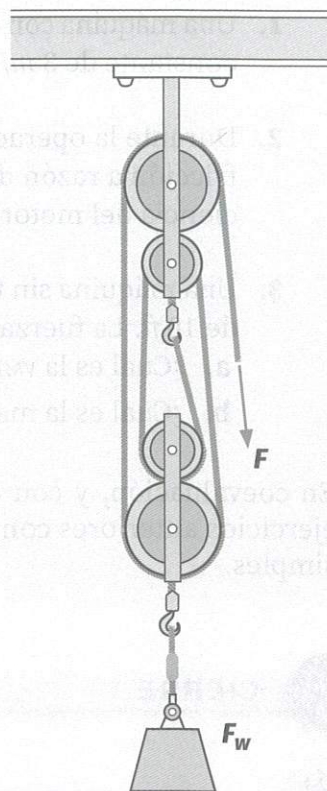
A. VMR.

B. VMI.

c. La eficiencia del sistema.

R. a) 4; b) 2.45; c) 61%

En coevaluación, y con el apoyo del docente, revisa los procedimientos de los ejercicios anteriores con la finalidad de retroalimentar los conceptos de máquinas simples.



Reto educativo 3

Resuelve en tu libreta los siguientes ejercicios de manera individual; revisa la rúbrica 01.

1. Una máquina con 25% de eficiencia realiza un trabajo externo de 200 J . ¿Qué trabajo de entrada requiere?

R. 800 J

2. ¿Cuál es el trabajo de entrada de un motor de gasolina con 30% de eficiencia si en cada uno de sus ciclos realiza 400 J de trabajo útil?

R. $1,333\text{ J}$

3. Un motor de 60 W levanta una masa de 2 kg a una altura de 4 m en 3 s . Calcula la potencia de salida.

R. 26.1 W



Reto educativo 3

1. Una máquina con 60 % de eficiencia levanta una masa de 10 kg con una rapidez constante de 3 m/s, ¿cuál es la potencia de entrada requerida?

R. 490 W

2. Durante la operación de un motor de 300 hp se pierde energía a causa de la fricción a razón de 200 hp. ¿Cuál es la potencia de salida útil y cuál es la eficiencia del motor?

R. 100 hp, 33.3 %

3. Una máquina sin fricción levanta una carga de 200 lb hasta una altura vertical de 10 ft. La fuerza de entrada se mueve a una distancia de 300 ft.

a. ¿Cuál es la VM ?

b. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de entrada?

R. a) 30; b) 6.67 lb

En coevaluación, y con el apoyo de tu docente, revisa los procedimientos de los ejercicios anteriores con la finalidad de retroalimentar los conceptos de máquinas simples.

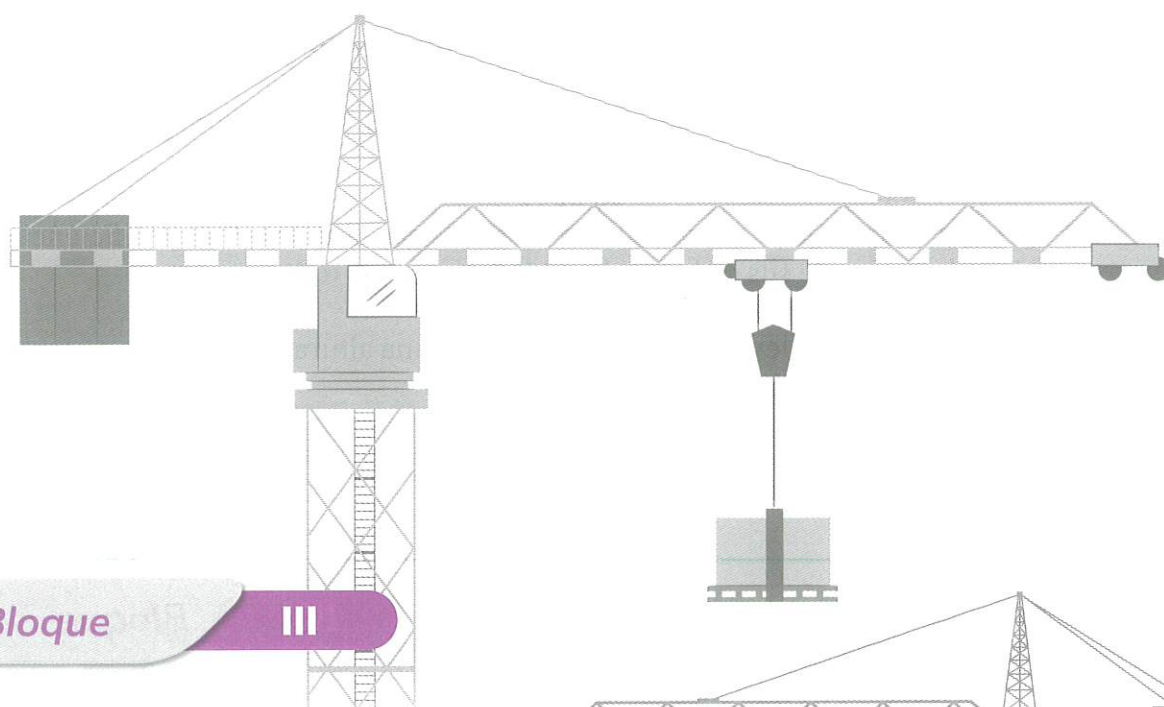


CIERRE



Reto educativo

En plenaria, comparte los procedimientos de los ejercicios anteriores y recalca la importancia de la eficiencia, ventaja mecánica real y ventaja mecánica ideal en máquinas simples.



APRENDIZAJE ESPERADO:

Opera diferentes tipos de máquinas simples, trabajando de forma colaborativa, y construye prototipos observando su eficiencia y ventaja de su utilización en diversos contextos.

SESIÓN 2



HORAS:

3



APERTURA

En esta sesión trabajaremos los tipos de máquina simples y su utilización en la vida cotidiana, así como la construcción de un prototipo donde se demuestren los modelos matemáticos de las máquinas simples.



Reto educativo

Observa las siguientes imágenes e identifica los tipos de máquinas simples colocando el número que corresponda con la máquina.

1. Polea

2. Plano inclinado

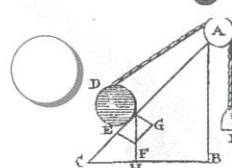
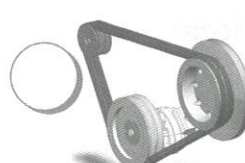
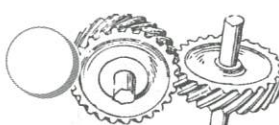
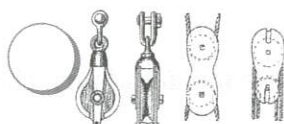
3. Palanca

4. Cuña

5. Rueda y eje

6. Engranajes

7. Tornillo



En plenaria, compara tus respuestas y socializa los tipos de máquinas que más utilizas en tu vida cotidiana.

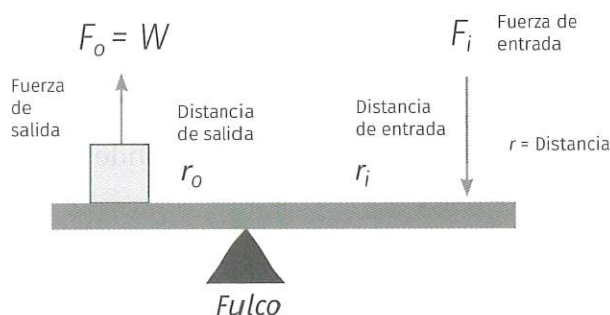


DESARROLLO

Como observaste en la imagen anterior, existen diferentes tipos de máquinas simples. A continuación, realiza la siguiente lectura para conocer los modelos matemáticos y las aplicaciones de máquinas específicas: la palanca y el plano inclinado.

La palanca

Esta máquina simple consiste en una barra rígida apoyada en un punto llamado fulcro. Como se observa en la figura, una palanca se ejemplifica con una barra para levantar un peso W .



Para calcular la ventaja mecánica ideal de una palanca, utilizaremos el principio de equilibrio. Al carecer de un movimiento traslacional durante la aplicación de la palanca, la condición de equilibrio se representa con el siguiente modelo matemático:

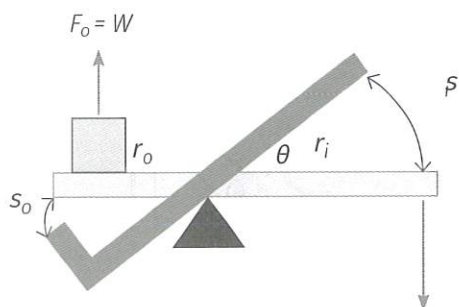
Momento de torsión de entrada = Momento de torsión de salida

$$F_i \cdot r_i = F_o \cdot r_o$$

Es decir:

$$VMI = \frac{F_o}{F_i} = \frac{r_i}{r_o}$$

La razón $\frac{F_o}{F_i}$, se supone como ideal, debido a que no se considera la fricción.



En el siguiente diagrama, la fuerza F_i se desplaza a lo largo de un arco cuya distancia es S_i , mientras que la fuerza F_o se mueve a lo largo del arco cuya longitud es S_o , observando que los dos arcos son subtendidos por el mismo ángulo θ ; por lo anterior, el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{S_i}{S_o} = \frac{r_i}{r_o} = d$$

De modo que la VMI se obtiene a partir de las condiciones de equilibrio:

$$VMI = \frac{r_i}{r_0}$$



Reto educativo 3

Realiza un organizador gráfico de los tres tipos de palanca, dependiendo de la posición relativa del punto de resistencia, el de potencia y el fulcro.



Flash educativo

La ventaja mecánica de un mecanismo se puede clasificar en dos tipos:

- a. Ventaja mecánica ideal: también llamada ventaja mecánica teórica, en el cálculo de este tipo de ventaja mecánica se suponen unas condiciones ideales (ausencia de fricción, de vibraciones, etc.). Por lo tanto, la ventaja mecánica ideal es equivalente al cociente entre la fuerza de salida y la fuerza de entrada.
- b. Ventaja mecánica real: también llamada ventaja mecánica práctica, se tienen en cuenta las pérdidas del sistema en el cálculo de la ventaja mecánica.

Por lo tanto, la ventaja mecánica real siempre es inferior a la ventaja mecánica ideal.

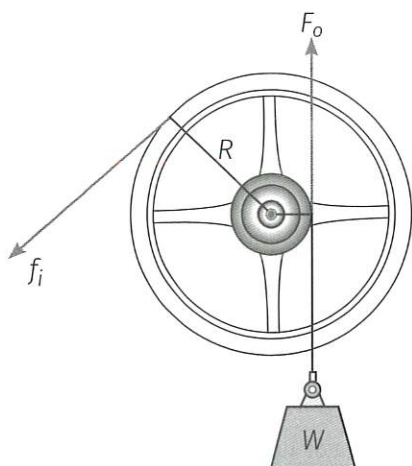
En una situación real, cualquier mecanismo tiene pérdidas de energía debidas a la fricción, al desgaste y a otros factores. De modo que para calcular la ventaja mecánica real de un mecanismo, se debe medir experimentalmente la fuerza de entrada aplicada al sistema y la fuerza de salida del sistema, y la relación entre ambas será el valor de la ventaja mecánica real.

<https://www.ingenierizando.com/maquinas-y-mecanismos/ventaja-mecanica/>

Rueda y eje

La formulación matemática del principio de la palanca se le atribuye a Arquímedes, así como la frase “Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo”. Este principio es aplicado desde la antigüedad y un ejemplo de ello es que los egipcios lo utilizaban para empujar bloques de piedra. Sin embargo, la palanca tiene una limitación: dado que su funcionamiento se da a través de un ángulo pequeño, existen algunas formas de superar dicha restricción, permitiendo que el brazo de la palanca gire continuamente; por ejemplo, la rueda y el eje (o cabria), como se muestra en la figura, permite la acción continua de la fuerza de entrada, obteniendo el siguiente modelo matemático:

$$VMI = \frac{F_0}{F_i} = \frac{R}{r}$$



La rueda y el eje (o cabria)



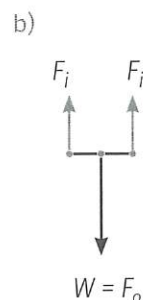
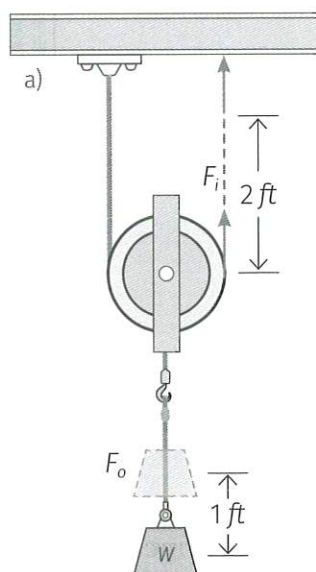
De modo que la ventaja mecánica ideal de una cabria es la razón del radio de la rueda al radio del eje.

Otra opción de la aplicación del concepto de palanca es a través del uso de poleas. Como se observa en la siguiente figura, una polea es una palanca cuyo brazo de palanca de entrada es igual a su brazo de salida y, a partir del principio de equilibrio, las fuerzas de entrada igualarán a la de salida; así, la ventaja mecánica ideal se expresa con el siguiente modelo matemático:

$$VMI = \frac{F_o}{F_i} = 1$$

Razón por la cual la única ventaja de este tipo de máquinas simples es cambiar la dirección de la fuerza de entrada.

Cabe mencionar que cuando una polea móvil simple tiene una ventaja mecánica de 2, es porque la fuerza de entrada se mueve a una distancia de $2m$, mientras que la fuerza de salida se mueve $1m$, como se observa en la siguiente figura



Una polea simple móvil.

- La fuerza de entrada se mueve a lo largo de una distancia igual al doble de la distancia que recorre la fuerza.
- El diagrama de cuerpo libre muestra que $2F_i = F_o$

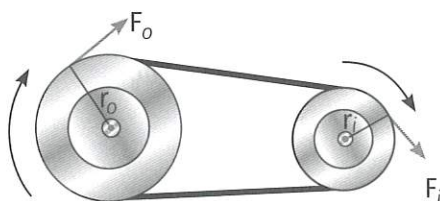
Por lo anterior, el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$(F_i)(2\text{ m}) = (F_0)(1\text{ m})$$

$$MVI = \frac{F_0}{F_i} = 2$$

La transmisión del momento de torsión

Otro concepto importante es la transmisión del momento de torsión de un mecanismo a otro, como se ve en la siguiente figura de transmisión por bandas, esta trasmite el momento de torsión de una polea motriz a una polea de salida:



La ventaja mecánica de este tipo de sistema es la razón de los momentos de torsión entre la polea de salida y la polea motriz; el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$VMI = \frac{\text{Momento de torsión de salida}}{\text{Momento de torsión de entrada}} = \frac{T_0}{T_i}$$

Si en la expresión anterior consideramos los radios de las poleas, el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$VMI = \frac{T_0}{T_i} = \frac{F_0 r_0}{F_i r_i}$$

Es importante analizar si no existe deslizamiento entre la banda y las poleas, de donde se concluye que la fuerza tangencial de entrada F_i es igual a la fuerza tangencial de salida F_0 .

También se expresa la VMI con respecto a los diámetros, donde D_i es el diámetro de la polea motriz y D_0 es el diámetro de la polea de salida:

$$VMI = \frac{D_0}{D_i}$$

Si se aplica el principio de trabajo a lo largo de una trayectoria circular, queda definido como el producto de momento de torsión τ y el desplazamiento angular θ para la transmisión por banda, suponiendo que las condiciones son ideales; así, el trabajo de entrada es igual al trabajo de salida, como se expresa a continuación:

$$\tau_i \theta_i = \tau_0 \theta_0$$

Además, es importante tomar en cuenta la potencia a lo largo de la trayectoria circular; considerando que la potencia de entrada es igual a la potencia de salida en el sistema, la expresión matemática se expresa como:

$$\frac{\tau_i \theta_i}{t} = \frac{\tau_o \theta_o}{t}$$

Como se observa, la expresión $\frac{\theta_i}{t} = \omega$, donde ω es la velocidad a lo largo de una trayectoria circular; y la razón $\frac{\tau_o}{\tau_i}$ es la ventaja mecánica ideal, por lo que se puede escribir la siguiente expresión matemática:

$$VMI = \frac{D_o}{D_i} = \frac{\omega_i}{\omega_o}$$

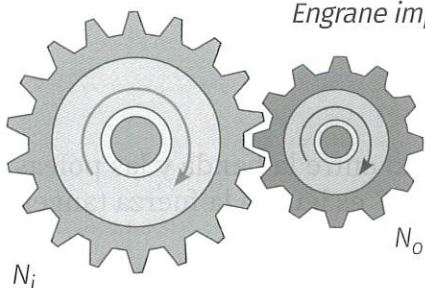
Engrane

Otra aplicación de la transmisión del momento de torsión son los engranes ya que se consideran como ruedas dentadas que pueden transmitir momento de torsión acoplándose con otras ruedas dentadas, tal y como se observa en la figura, en donde un par de engranes giran en dirección opuesta entre sí. Por lo anterior los modelos matemáticos son los mismos.

$$VMI = \frac{D_o}{D_i} = \frac{\omega_i}{\omega_o}$$

Engrane motriz

Engrane impulsado



Un elemento muy importante de los engranes es que el número de dientes (N) del borde es proporcional a su diámetro (D). Debido a esta dependencia, la razón del número de dientes en el engrane de la carga N_o al número de dientes del engrane motriz N_i es la misma razón de sus diámetros; por tal razón, el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$VMI = \frac{N_o}{N_i} = \frac{D_o}{D_i}$$

El uso de engranes evita el problema de deslizamiento, que es muy común en las transmisiones por banda; además, permite que se transmita un mayor momento de torsión.



Reto educativo 4

Esquematiza los cuatro tipos de engranes más comunes: helicoidales, planetarios, cónicos, sin fin. Con esta actividad desarrollas la competencia disciplinar 10.

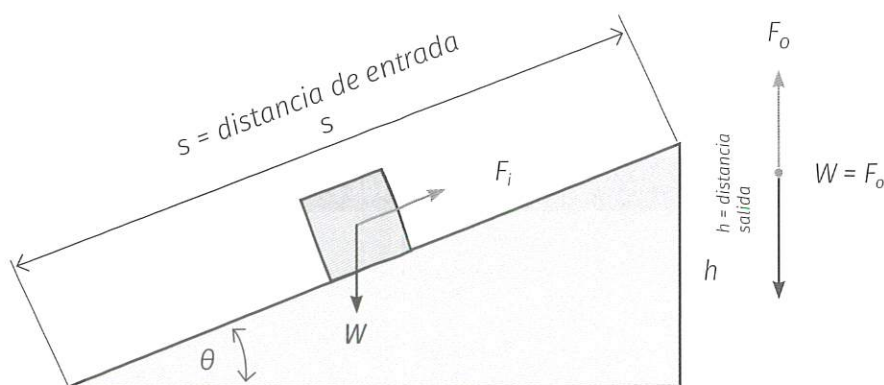
1. Helicoides
2. Planetarios
3. Cónicos
4. Sin fin

**Reto educativo 4****1. Helicoides****2. Planetarios****3. Cónicos****4. Sin fin**

Plano inclinado

Otra máquina simple muy útil es el plano inclinado, utilizada para subir un objeto pesado a cierta altura minimizando la fuerza real, lo que se logra con la ayuda de una plataforma formando un ángulo de inclinación con respecto a la horizontal. El plano inclinado debe de haber sido una de las pocas máquinas que el hombre tenía en la antigüedad. Por ejemplo, los primitivos egipcios utilizaron las pendientes en gran escala para la construcción de las pirámides.

En el siguiente diagrama se observa el movimiento del peso W hacia arriba del plano inclinado, la relación del ángulo de inclinación θ es tal que el peso debe moverse a lo largo de una distancia s para llegar a una altura h en el punto más alto del plano inclinado. Si se desprecia la fricción, el trabajo necesario para empujar el peso hacia arriba es el mismo que el trabajo requerido para levantarlo verticalmente, como se expresa en el modelo matemático.



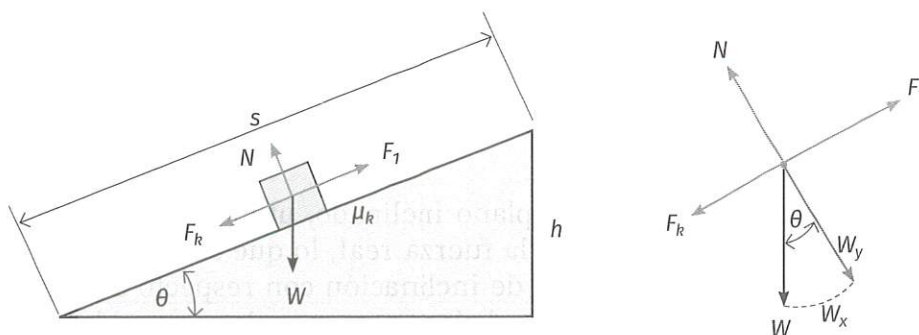
Trabajo de entrada = Trabajo de salida

$$VMR = \frac{F \text{ salida}}{F \text{ entrada}}$$

Donde F_i es la fuerza de entrada y W la fuerza de salida, es decir, la ventaja mecánica ideal será la relación del peso y la fuerza de entrada. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$VMI = \frac{d \text{ entrada}}{d \text{ salida}} = \frac{s}{h}$$

La ventaja mecánica real en el modelo matemático es el cociente del peso que levanta entre la fuerza de entrada requerida, considerando la fricción como se muestra en el siguiente diagrama:



Aplicando la primera condición de equilibrio, el modelo matemático se expresa como la suma de las fuerzas a lo largo del plano inclinado:

$$F_i - F_k - W_x = 0$$

Al despejar se obtiene:

$$F_i = F_k + W_x$$

Ahora, el modelo matemático de la ventaja mecánica real se expresa de la siguiente manera:

$$VMR = \frac{F_0}{F_i}$$

Aplicaciones del plano inclinado

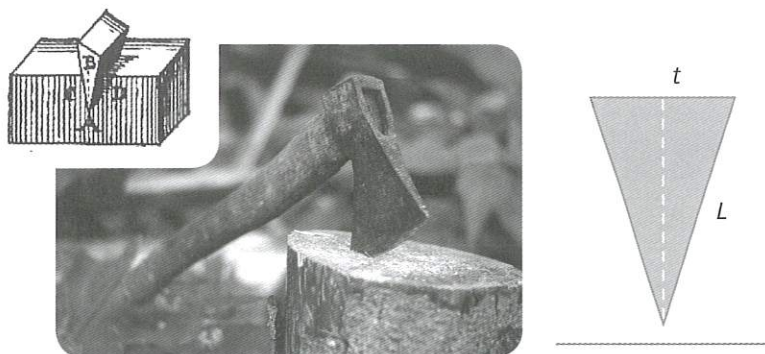
El plano inclinado es utilizado en gran número de máquinas simples, entre ellas se encuentran la cuña y el tornillo.

Con lo que respecta a la cuña, la cual es un plano inclinado doble (como se muestra en la figura), se aplica en hachas, cuchillos, cinceles, cepilladoras, entre otras herramientas cortantes.

La ventaja mecánica ideal para la cuña se define como la razón entre la longitud L y el grosor r ; se expresa mediante el modelo matemático:

$$VMR = \frac{L}{R}$$

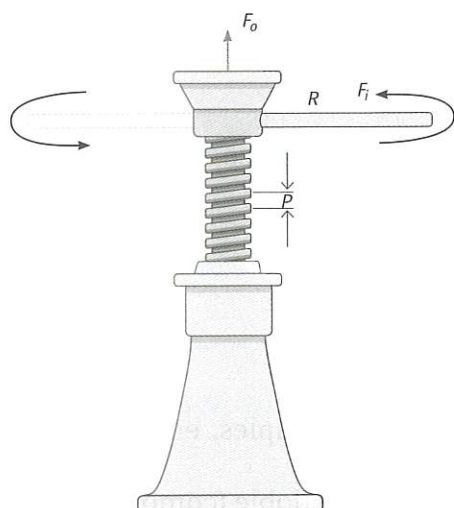
Es importante analizar que la VMI es mucho mayor que la VMR debido a las grandes fuerzas de fricción que se generan entre las superficies en contacto.



Otra aplicación importante del plano inclinado es el tornillo, conocido como gato de tornillo. La rosca, esencialmente, es un plano inclinado enrollado de forma continua alrededor de un eje cilíndrico. Cuando la fuerza de entrada F_i provoca un giro de una revolución completa ($2\pi R$), la fuerza de salida F_0 avanzará una distancia P . Esta distancia P es en realidad la distancia entre dos roscas consecutivas y recibe el nombre de paso del tornillo.

La VMR es la relación de la distancia de entrada y la distancia de salida, por lo que el modelo matemático se expresa de la siguiente manera.

$$VMR = \frac{S_0}{S_i} = \frac{2\pi R}{P}$$



La ventaja mecánica será:

$$M = \frac{S_i}{S_o} = \frac{2\pi R}{P}$$

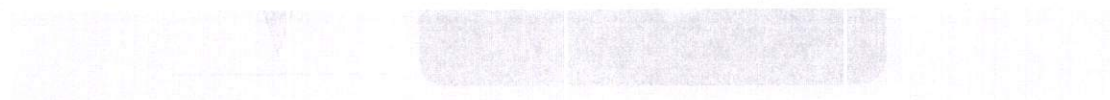
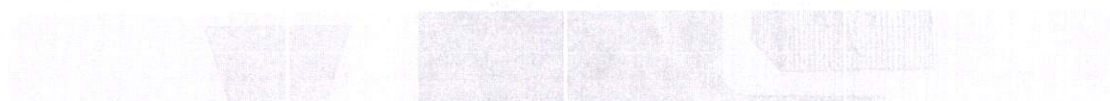
El tornillo, como tal, es una máquina poco eficiente, pero lo que representa una gran ventaja es la fuerza de fricción que ayuda a mantener la carga en su lugar mientras no se le aplique una fuerza de entrada.



Reto educativo 5

Una vez que termines de leer, elabora un cuadro de los modelos matemáticos de la ventaja mecánica ideal y real de máquinas simples con sus respectivos esquemas.

Nombre de la máquina simple	Esquema	Modelo matemático <i>VMI</i>	Modelo matemático <i>VMR</i>
-----------------------------	---------	------------------------------	------------------------------

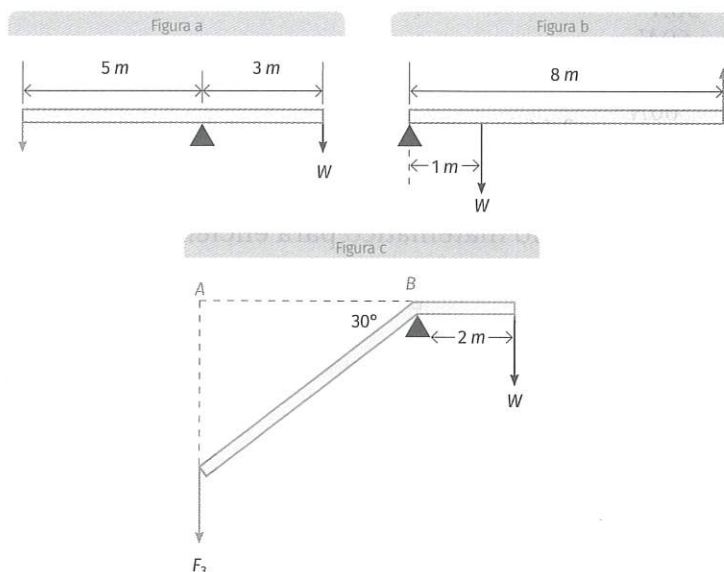


Es momento de aplicar los modelos matemáticos analizados en la lectura anterior. Con la ayuda de tu docente, revisa el siguiente ejercicio.



Ejemplo 2

Determina las fuerzas verticales F_1 , F_2 y F_3 que se requieren para sostener la carga de peso de 60 N de las tres palancas que se muestran en la siguiente figura. Desprecia los pesos de las palancas. Calcula también la VMI , la VMR y la eficiencia para cada sistema.



En cada caso se considera el momento de torsión alrededor del punto del fulcro de apoyo como eje. Si se supone que el levantamiento se hace lentamente y con rapidez constante, entonces los sistemas estarán en equilibrio; los momentos de torsión en el sentido horario balancean a los momentos de torsión en sentido antihorario (recuerda que el momento de torsión es $F \cdot \text{sen } \theta$).

Momentos de torsión en sentido horario = Momentos de torsión en sentido antihorario

a. $(3\text{ m})(60\text{ N}) = (5\text{ m})F_1$, donde $F_1 = 36\text{ N}$

b. $(1\text{ m})(60\text{ N}) = (8\text{ m})F_2$, donde $F_2 = 7.6\text{ N}$

a. $(2\text{ m})(60\text{ N}) = (5\text{ m})(F_3 \cdot \text{sen } (60^\circ))$, donde $F_3 = 27.71\text{ N}$

Para determinar la VMI de los sistemas de palanca se utiliza el modelo matemático

$$VMI = \frac{r_i}{r_o}$$

a. $VMI = \frac{5\text{ m}}{3\text{ m}} = 1.66$

b. $VMI = \frac{8\text{ m}}{1\text{ m}} = 8$

c. $VMI = \frac{(5\text{ m})(\text{sen } (60^\circ))}{2\text{ m}} = 2.16$

Para determinar la MVR de los sistemas se utiliza el modelo matemático

$$VMR = \frac{F_0}{F_i}$$

d. $VMR = \frac{60N}{36N} = 1.66$

e. $VMR = \frac{60N}{7.6N} = 7.89$

f. $VMR = \frac{60N}{27.71N} = 2.16$

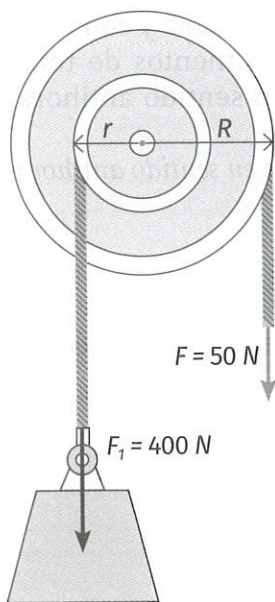
Finalmente, la eficiencia del sistema es 1, debido a que se despreció la fricción del fulcro. Aplicando el modelo matemático para eficiencia.

$$e = \frac{VMR}{VMI}$$

Rueda y eje



Ejemplo 3



La cabria de la siguiente figura se utiliza para levantar una carga de 400 N aplicando una fuerza de 50 N en el borde de la rueda. Los radios de la rueda (R) y del eje (r) son 85 cm y 6 cm, respectivamente. Determina la VMI , la VMR y la eficiencia de la máquina.

Se sabe que en una vuelta de la cabria, la longitud de la cuerda enredada o desenredada será igual a la circunferencia del árbol (eje) de la cabria.

$$VMI = \frac{\text{Distancia que se desplaza por } F}{\text{Distancia que se desplaza por } F_w} = \frac{2\pi R}{2\pi r} = \frac{85\text{cm}}{6\text{cm}} = 14.2$$

$$VMR = \text{razón de fuerzas} = \frac{400N}{50N} = 8$$

$$e = \frac{VMR}{VMI} = \frac{8}{14.2} = 0.56 = 56\%$$



Ejemplo 4

Como se muestra en la siguiente figura, un gato tiene un brazo de palanca de 40 cm y un paso de 5 mm . Si la eficiencia es del 30% , ¿qué fuerza horizontal F aplicada perpendicularmente en el extremo del brazo de palanca se requiere para levantar una carga FW de 270 kg ?

Cuando la palanca del gato completa una vuelta, la fuerza suministrada se mueve una distancia $2\pi r = (2\pi \times 0.40)$.

Convertiremos los 5 milímetros a metros:

$$5\text{ mm} = 0.0050\text{ m}.$$

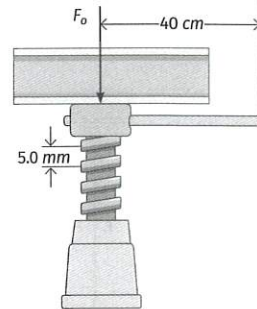
$$\text{Ahora vamos calculamos } MVI = \frac{2\pi(0.40\text{m})}{0.005\text{m}} = 0.502 \times 10^3.$$

Como $e = \frac{VMR}{VMI}$, despejamos VMR de la ecuación anterior y se obtiene la siguiente expresión:

$$VMR = (e \times VMI) = (0.30 \times 0.502 \times 10^3) = 150.79$$

Utilizando el modelo matemático de $VMR = \frac{\text{carga levantada}}{\text{fuerza suministrada}}$, se despeja F :

$$F = \frac{(270\text{kg})(9.81\text{m/s}^2)}{150.79} = 17.56\text{N}$$



Reto educativo 6

Reúnete en parejas, resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta. Esta actividad se evaluará con una rúbrica 01.

1. En la figura del cascanueces que se muestra a continuación, la nuez se halla a 2 cm del punto de apoyo y una fuerza de entrada de 20 N es aplicada en los mangos, los cuales están a 10 cm de dicho punto. ¿Qué fuerza se aplica para partir la nuez?

R. 100 N

2. Una masa de 20 kg va a ser levantada con una varilla de 2 m de largo. Si se puede ejercer una fuerza descendente de 40 N en un extremo de la varilla, ¿dónde se deberá colocar un bloque de madera que actúe como punto de apoyo?

R. A 33.9 cm de la masa



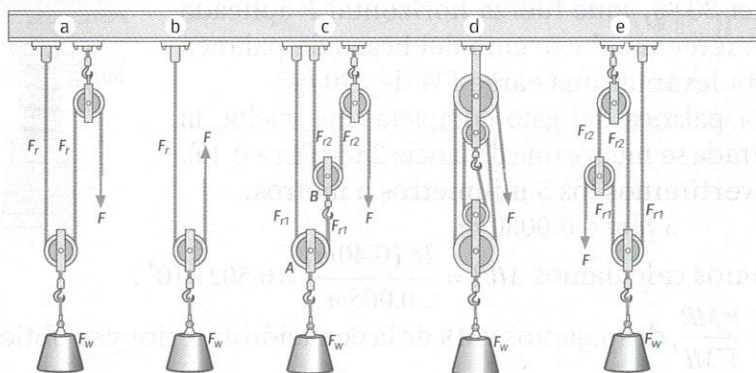
www.freepik.es



Reto educativo 7

3. Determina la fuerza F que se requiere para levantar una carga de $F_w = 100 \text{ N}$ con cada uno de los sistemas de poleas que se muestran en la figura. Desprecia la fricción y los pesos de las poleas (Bueche, 1994).

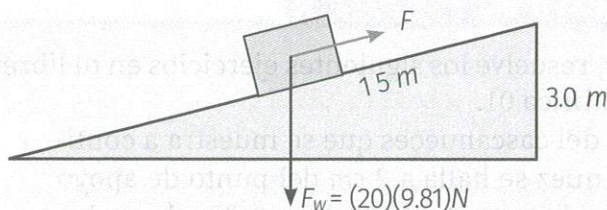
R. a) 50 N; b) 50 N; c) 25 N; d) 25 N



4. El plano inclinado que se muestra en la figura tiene 15 m de longitud y 3 m de altura (Bueche, 1994).

- ¿Qué fuerza mínima F paralela al plano inclinado se requiere para deslizar hacia arriba una caja de 20 kg, si la fricción es despreciable?
- ¿Cuál es la VM del plano?
- Calcula la VMR y la eficiencia si se requiere una fuerza de 64 N.

R. a) 5; b) 3.1; c) 61 %



5. ¿Cuál debe ser el ángulo de la punta de una cuña para que su ventaja mecánica sea 10?

R. 5.71°

6. Una polea de entrada de 30 cm de diámetro gira a 200 rpm sobre una correa de transmisión conectada a una polea de salida de 60 cm de diámetro.

- ¿Cuál es la razón entre el momento de torsión de salida y el momento de torsión de entrada?
- ¿Cuántas rpm hay en la salida?

R. a) 2; b) 100 rpm

En coevaluación, y con el apoyo del docente, revisa los procedimientos de los ejercicios anteriores con la finalidad de retroalimentar los conceptos de máquinas simples.

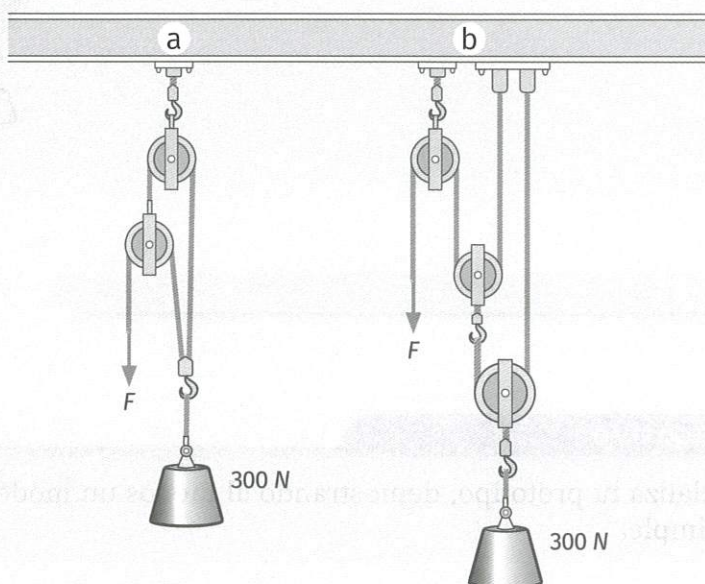


Reto educativo 8

Resuelve en tu libreta los siguientes ejercicios de manera individual. Este trabajo se revisará con una rúbrica 01.

- En la siguiente figura se observa una carga de 300 N que está en equilibrio con una fuerza F en ambos sistemas. Si se suponen eficiencias del 100% , ¿cuál es la magnitud de la fuerza en cada sistema? Supón que todas las cuerdas están verticales.

R. a) 100 N ; b) 75 N



- Con una cabria, una fuerza de 80 N aplicada al borde de la rueda puede levantar una carga de 640 N . Los diámetros de la rueda y del árbol son 36 cm y 4 cm , respectivamente. Determina la v_{MR} , la v_{MI} y la eficiencia de la máquina.

R. 8, 9, 89 %

- En una gasolinera, un gato hidráulico levanta un auto de 900 kg a una altura de 0.25 m cuando una fuerza de 150 N empuja un pistón desplazándolo 20 cm . Encuentra la v_{MI} , la v_{MR} y la eficiencia.

R. 80, 59, 74 %

- El tornillo de una prensa tiene un paso de 0.20 cm . El diámetro de la rueda a la cual se aplica una fuerza tangencial F para girarla es de 55 cm . Si la eficiencia es de 40% , ¿qué tan grande debe ser F para producir en la prensa una fuerza de 12 kN ?

R. 35 N

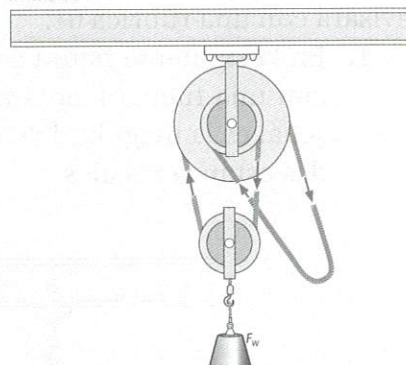


Reto educativo

5. Los diámetros de las dos poleas superiores de un aparejo diferencial (montacargas de cadena) son 18 cm y 16 cm . Si la eficiencia del aparato es del 45% , ¿qué fuerza se requiere para levantar un cesto de 400 kg ?

R. 0.48 kN

$R = 0.48\text{ kN.}$



CIERRE



Reto educativo

En plenaria, socializa tu prototipo, demostrando al menos un modelo matemático de tu máquina simple.



Reto educativo

Por equipos, construyan un prototipo de máquinas simples con materiales reciclados, donde demuestren los modelos matemáticos aplicados a las máquinas. Con esta actividad se desarrolla la competencia genérica 7.1 y la competencia disciplinar 5. Para evaluar esta actividad se utilizará una LC1, que se encuentra en los anexos.

ANEXOS



Instrumento de evaluación

Rúbrica RB-1



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: libreta de ejercicios.

Instrucciones: anota (✓) en la casilla del registro según su cumplimiento.

Rubros	Excelente	Bueno	Deficiente
Consulta fuentes de información referentes al tema, con el propósito de fortalecer la teoría de los ejercicios solicitados.	Consulta diversas fuentes de información sugeridas y además investiga bibliografía de apoyo.	Consulta algunas de las diversas fuentes de información sugeridas.	Solamente se apoya de sus notas escolares.
Identifica los tipos de conceptos de los ejercicios.	Identifica datos y tipos de conceptos de los problemas planteados y los organiza ordenadamente dándole coherencia a los datos para su fácil manipulación.	Identifica algunos datos de los conceptos y los organiza ordenadamente dándole coherencia a los datos para su fácil manipulación.	Solamente organiza la información de los datos.
Aplica modelos matemáticos.	Aplica modelos matemáticos para la solución de problemas con organización y coherencia, de acuerdo con el tipo de concepto.	Aplica modelos matemáticos para la solución de problemas con poca organización y coherencia, de acuerdo con el tipo de concepto.	No presenta organización ni coherencia en la aplicación de modelos matemáticos para la resolución de los problemas.
Soluciona adecuadamente el problema.	Desarrolla un procedimiento adecuado, claro, coherente y presenta un resultado correcto con las unidades correspondientes.	Desarrolla un procedimiento, pero no llega a un resultado correcto.	No tiene el resultado correcto.
Entrega en tiempo y forma sus ejercicios.	Entrega sus ejercicios el día programado, con una presentación limpia.	Entrega su libreta en día programado, pero su libreta carece de presentación.	Entrega su libreta un día después de lo programado.

Evaluó:

Observaciones:



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: mapa conceptual de sistemas de fuerzas.

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento o no de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar	Registro de cumplimiento		Observaciones
	Sí	No	
1 Construye un prototipo de máquinas simple.			
2 Realiza un reporte escrito de las mediciones de su prototipo, consultando tres fuentes bibliográficas.			
3 Su prototipo funciona de manera correcta			
4 Construye, al menos, cinco modelos matemáticos de máquinas simples de acuerdo con su prototipo.			
5 En su reporte se observan imágenes del proceso de construcción del prototipo.			
6 Comprueba sus modelos matemáticos según su prototipo.			
7 En plenaria, socializa los prototipos y demuestra un modelo matemático de su máquina simple.			

Puntaje obtenido:

Evaluó:

BIBLIOGRAFÍA

Referencias bibliográficas

- Bueche, F. (1994). *Física general* (3.ª ed.). Madrid: McGrawHill.
- Tippens, P. (2011). *Física, conceptos y aplicaciones* (7.ª ed.). México: McGraw-Hill.

BLOQUE IV

Impulso y cantidad de movimiento



HORAS:
12

Actividad integradora



Rally demostrativo de choques.

Propósito



Examina fenómenos físicos que presentan colisiones, explicando la relación entre impulso, cantidad de movimiento y la Ley de la Conservación, para comprender el comportamiento de los cuerpos, trabajando colaborativamente y tomando decisiones de manera consciente e informada asumiendo las consecuencias que generan dichos efectos en cualquier contexto.

Sesión 1



Horas:
5

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Definiciones: ● Impulso. ● Cantidad de movimiento. Relación entre impulso y cantidad de movimiento. Ley de conservación de la cantidad de movimiento.	Explicar los conceptos de impulso y cantidad de movimiento. Examinar la relación entre impulso y cantidad de movimiento. Explicar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.	Favorecer su pensamiento crítico. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Utilizar la relación entre impulso y cantidad de movimiento, para el análisis de los diferentes sistemas en donde interactúan las fuerzas, favoreciendo su pensamiento crítico para comprender diferentes fenómenos físicos de su entorno.		Problemario.

Sesión 2



Horas:
7

Saberes		
Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Tipos de choques: ● Elástico. ● Inelástico. ● Choque perfectamente inelástico. Coefficiente de restitución.	Analizar los diferentes tipos de choques.	Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado. Toma decisiones de manera consciente e informada asumiendo las consecuencias.
Aprendizajes esperados		Evidencia
Emplear la ley de la conservación de la cantidad de movimiento para analizar los choques entre cuerpos en movimiento y entender su comportamiento en una colisión, tomando decisiones de manera responsable, comprendiendo las consecuencias que se producen en su entorno.		Problemario. Rally demostrativo de choques.

APRENDIZAJE ESPERADO:

Utilizar la relación entre impulso y cantidad de movimiento, para el análisis de los diferentes sistemas en donde interactúan las fuerzas, favoreciendo su pensamiento crítico para comprender diferentes fenómenos físicos de su entorno.

SESIÓN 1



HORAS:
5

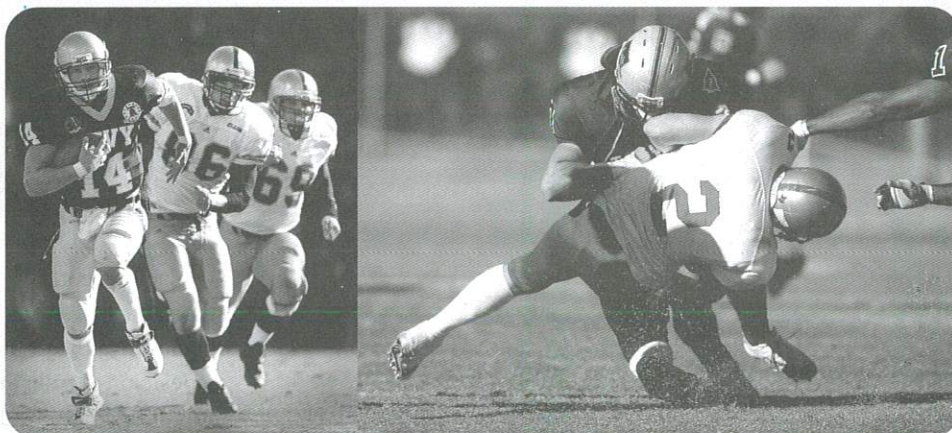


APERTURA



Reto educativo

Iniciamos el Bloque IV, donde analizaremos los conceptos de cantidad de movimiento, impulso y choques. Observa la siguiente imagen y responde:



¿Qué podría causar una lesión más grave: ser tackleado por un jugador ligero que se mueve rápidamente o ser tackleado por un jugador con el doble de la masa que se mueve con la mitad de la velocidad?

En plenaria, con la ayuda del profesor, analicen las respuestas de sus compañeros.



DESARROLLO

Existen algunos fenómenos físicos que no se pueden explicar directamente con la Segunda Ley de Newton $\Sigma F = ma$; por ejemplo, cuando choca un tráiler con un auto, ¿qué determina hacia dónde se mueven los restos después de choque? Es aquí donde se involucran los nuevos conceptos de cantidad de movimiento, impulso y la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

La ley de conservación del momento lineal es válida aun en situaciones en las que las leyes de Newton son inadecuadas, tales como cuerpos que se mueven con una rapidez muy alta (cercana a la de la luz) u objetos muy pequeños (como las partículas que constituyen los átomos).

En el ámbito de la mecánica newtoniana, la conservación del momento lineal nos permite analizar muchas situaciones que serían muy difíciles si tratáramos de aplicar las leyes de Newton directamente. Entre ellas están los choques, en los que dos cuerpos ejercen, uno sobre el otro, fuerzas muy grandes durante un lapso muy breve. (Sears, Zemansky, Young *et al.*, 2004)

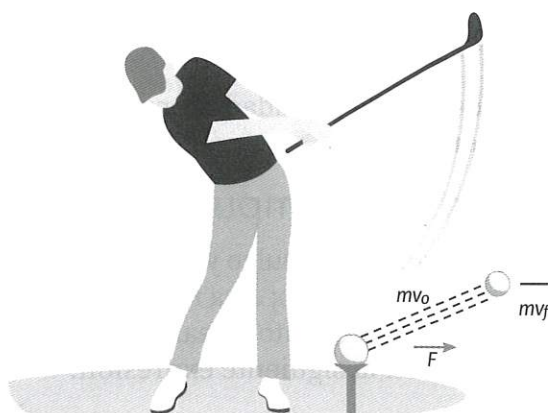


Reto educativo 1

Realiza la siguiente lectura, señalando los conceptos de impulso, la relación entre impulso y cantidad de movimiento y la ley de conservación de la cantidad de movimiento

Impulso mecánico

En la siguiente figura se observa que al golpear una pelota de golf en el campo de juego, una fuerza media F actúa sobre la pelota durante un corto espacio de tiempo Δt , haciendo que esta se acelere desde el reposo v_0 hasta obtener una velocidad final v_f .



Cuando el palo de golf golpea la pelota, una fuerza F que actúa durante un espacio de tiempo provoca un cambio en la cantidad de movimiento de la pelota.



Flash educativo

Cuando un jugador de fútbol americano taclea a otro, la dinámica de choques entre los cuerpos puede ser muy compleja. No obstante, el choque se rige por un principio sencillo de la física, si calculamos el producto de la masa y la velocidad vectorial de cada jugador y sumamos los resultados de cada jugador, la suma tendrá el mismo valor justo antes del choque e inmediatamente después del mismo; esto es un ejemplo de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

Como se observa en la figura anterior, para que la pelota se ponga en movimiento es necesario que exista un agente externo, es decir, una fuerza en un intervalo de tiempo, lo que significa que la pelota ha recibido un impulso. El modelo matemático de impulso se expresa como:

$$I = Ft$$

Donde I es el impulso en $N \cdot s$, F es la fuerza en N y t es el tiempo en que actúa la fuerza en s .

El impulso es una magnitud vectorial, cuya dirección está determinada por la fuerza neta, es decir, la ΣF_y ; mientras que su magnitud es el producto de las fuerzas aplicadas en un intervalo de tiempo.



Cantidad de movimiento

Como resultado del impulso que recibe un cuerpo, este cambia su velocidad, motivo por el cual se dice que ha experimentado una variación en su cantidad de movimiento, ímpetu o momento lineal.

Por ejemplo, como se observa en la figura, la cantidad de movimiento de un automóvil que se desplaza con gran rapidez y se detiene súbitamente, el momento lineal del conductor (masa por velocidad) se reduce de un valor alto a cero en un breve lapso. Una bolsa de aire hace que el conductor pierda momento lineal gradualmente, ya que si se impactara de forma abrupta contra el volante, la fuerza ejercida sobre el conductor aumentaría la posibilidad de resultar lesionado.

Por lo anterior, se dice que la cantidad de movimiento p de una partícula es una cantidad vectorial de igual magnitud que el producto de su masa m por su velocidad v .

Su modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$p = mv$$

Donde p es la cantidad de movimiento en $kg \cdot m/s$, m es la masa en kg y v es la velocidad en m/s .

Relación entre impulso y cantidad de movimiento

Como has notado, el impulso y la cantidad de movimiento se relacionan estrechamente ya que uno genera al otro; esta relación se genera a partir de la Segunda Ley de Newton. En términos del momento lineal consideramos una partícula de masa constante m y a la aceleración en la siguiente expresión:

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$$

Podemos introducir m en la derivada porque es constante. Así, la Segunda Ley de Newton dice que la fuerza neta $\sum F$ que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio de la combinación el producto de la masa y la velocidad de la partícula. Llamamos a esta combinación momento lineal de la partícula. Si usamos el símbolo p para el momento lineal, tenemos:

$$p = mv$$

Cuanto mayor es la masa m y la rapidez v de una partícula, mayor es la magnitud de su momento lineal mv . No hay que olvidar que el momento lineal es una cantidad vectorial con la misma dirección que la velocidad de la partícula.

Como viste en la figura del campo deportivo de golf, cuando se golpea la pelota, se observa una fuerza sobre la pelota en un lapso Δt , haciendo que esta se acelere desde el reposo v_0 hasta una v_f ; si bien es difícil medir la fuerza y la duración de la acción, el producto de ambas puede calcularse en función del cambio de velocidades resultante de la pelota de golf. Lo anterior se expresa en el modelo matemático siguiente:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \left(\frac{v_f - v_0}{\Delta t} \right)$$

Al multiplicar la ecuación por Δt se obtiene:

$$\vec{F}\Delta t = m(v_f - v_0)$$

Es decir:

$$\vec{F}\Delta t = mv_f - mv_0$$

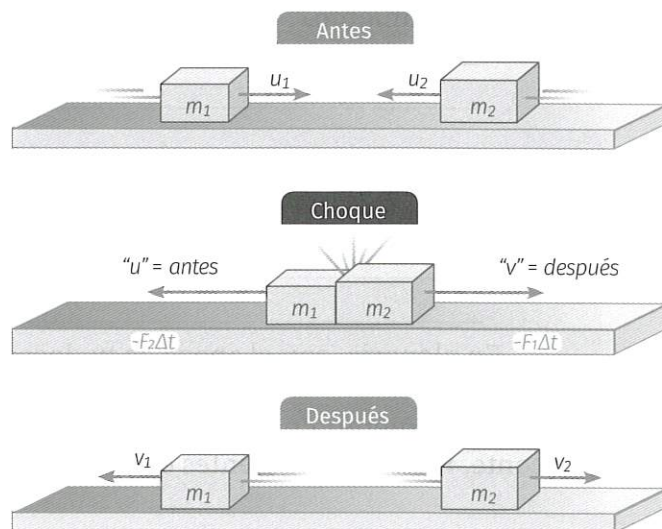
$$N \cdot s = kg \cdot m/s$$

La ecuación expresa que el impulso i que recibe un cuerpo es igual al cambio de movimiento p que recibe el mismo cuerpo.

Ley de conservación de la cantidad de movimiento

Al hablar de la ley de conservación de la cantidad de movimiento nos referimos a una colisión de frente entre dos masas, como se observa en la figura:

Despreciando la fricción en las superficies, se observa en un primer momento, antes del choque, los bloques de masa 1 y masa 2 con una velocidad u_1 y una velocidad u_2 ; después del choque, las velocidades serán, simbólicamente, v_1 y v_2 , respectivamente.



El modelo matemático para impulso de F_1 se expresa de la siguiente manera:

$$F_1 \Delta t = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

Para el caso F_2 de la m_2 , se expresa de la siguiente manera:

$$F_2 \Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Considerando Δt , para $F_1 = F_2$ la expresión será:

$$F_1 \Delta t = -F_2 \Delta t$$

Con relación a las velocidades, se expresa de la siguiente manera:

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = -m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Reagrupando términos:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$P_{\text{antes del impacto}} = P_{\text{después del impacto}}$$

Es decir, la ley de la conservación de la cantidad de movimiento se enuncia así: “La cantidad de movimiento total de los cuerpos que chocan es igual antes y después del impacto”.



Reto educativo 2

Una vez que termines de leer, contesta los siguientes planteamientos:

1. Define el concepto de impulso.

2. Describe un ejemplo de cantidad de movimiento.

3. Explica el modelo matemático de la relación de impulso y cantidad de movimiento.

4. Escribe un ejemplo de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

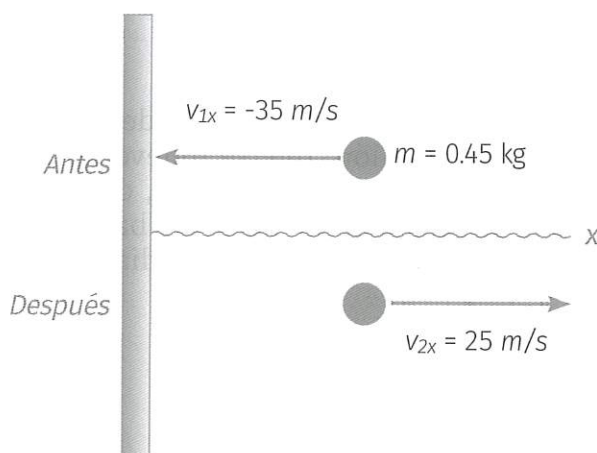
En plenaria, con el apoyo de tu docente, compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Es momento de aplicar los modelos matemáticos. Con la supervisión de tu docente, revisa los siguientes ejercicios resueltos.



Ejemplo 1

Supón que se lanza una pelota de 0.45 kg contra una pared, a la cual golpea moviéndose horizontalmente hacia la izquierda a 35 m/s y rebota horizontalmente a la derecha con una velocidad de 25 m/s . a) Calcula el impulso de la fuerza neta sobre la pelota durante el choque. b) Si la pelota está en contacto con la pared durante 0.015 s , calcula la fuerza horizontal media que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto.



Iniciamos con un bosquejo del problema. Considera el sentido de la velocidad v_{1x} negativo al moverse hacia la izquierda.

- a. Aplicando el modelo matemático de cantidad de movimiento en las componentes x inicial y final del momento lineal de la pelota, se tiene:

$$p_{1x} = mv_{1x} = (0.45 \text{ kg})(-35 \text{ m/s}) = -15.75 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_{2x} = mv_{2x} = (0.45 \text{ kg})(25 \text{ m/s}) = 11.25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Para la componente x se utilizará el cambio de cantidad de movimiento:

$$p_x = p_{2x} - p_{1x} = 11.25 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (-15.75 \text{ kg} \cdot \text{m/s}) = 27 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 27 \text{ N} \cdot \text{s}$$

- b. Ahora, para calcular la fuerza media, consideremos que el choque dura 0.015 s . Para la componente x se aplica la ecuación de $I = Ft$, expresando el modelo matemático de fuerza como sigue:

$$F = \frac{I}{t} = \frac{27 \text{ N} \cdot \text{s}}{0.015 \text{ s}} = 1,800 \text{ N}$$

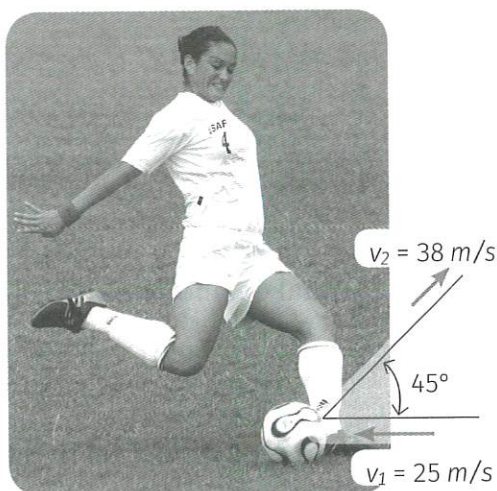
Nota

El momento lineal es un vector, por lo que tuvimos que incluir el signo negativo en p_{1x} . Si por descuido lo hubiéramos omitido, habríamos obtenido $-4.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ para el impulso. Esta respuesta es, a todas luces, absurda pues dice que la pared le habría dado a la pelota un empujón a la izquierda. Asegúrate de considerar la dirección del momento lineal al efectuar sus cálculos.



Ejemplo 2

En un partido de futbol soccer utilizan un balón de 450 g de masa. El jugador del equipo de Sevilla recibe el balón, que se mueve horizontalmente hacia la izquierda con una velocidad de 25 m/s y lo patea, de modo que adquiere una velocidad de 38 m/s y una dirección de 45° hacia arriba y a la derecha. Determina: a) el impulso de la fuerza neta, b) la fuerza neta media suponiendo que el choque dura $\Delta t = 0.011 \text{ s}$.



Analizamos las velocidades. Para el caso de v_1 el movimiento es horizontal hacia la izquierda respecto a x , expresándola de la siguiente manera:

$$v_{1x} = -25 \text{ m/s}$$

Para el caso de v_2 , por tener un ángulo de 45° , las componentes v_{2x} y v_{2y} serán las mismas:

$$v_{2x} = v_{2y} = (\sin(45^\circ))(38 \text{ m/s}) = 26.87 \text{ m/s}$$

- a. Para determinar el impulso en la componente x se utiliza el siguiente modelo matemático:

$$p_x = (p_{2x} - p_{1x}) = m(v_{2x} - v_{1x})$$

$$p_x = (0.45 \text{ kg})(26.87 \text{ m/s} - (-25 \text{ m/s})) = 23.34 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_y = (p_{2y} - p_{1y}) = m(v_{2y} - v_{1y})$$

$$p_y = (0.45 \text{ kg})(26.87 \text{ m/s} - (0)) = 12.09 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

- b. Para calcular la fuerza neta, utilizaremos las componentes de impulso:

$$F_x = \frac{I}{t} = \frac{23.34 \text{ N} \cdot \text{s}}{0.011 \text{ s}} = 2,121.81 \text{ N}$$

$$F_y = \frac{I}{t} = \frac{12.09 \text{ N} \cdot \text{s}}{0.011 \text{ s}} = 1,099.09 \text{ N}$$

La magnitud y dirección de la fuerza media son:

$$F_{\text{media}} = \sqrt{(2,121.81 \text{ N})^2 + (1,099.09 \text{ N})^2} = 2,389.58 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{1,099.09 \text{ N}}{2,121.81 \text{ N}} \right) = 27.38^\circ$$



Ejemplo 3

Un proyectil de 2 kg es disparado por un cañón cuya masa es de 350 kg . Si el proyectil sale con una velocidad de 450 m/s , ¿cuál es la velocidad que lleva al final del choque? (Pérez, 1999).

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$p_{\text{antes del impacto}} = p_{\text{después del impacto}}$$

Iniciamos con el análisis del problema. El proyectil y el cañón están en reposo antes del disparo, la cantidad de movimiento inicial es cero, razón por lo cual el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$-m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_2 = -\frac{m_1 v_1}{m_2} = -\frac{(2 \text{ kg}) \left(450 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}{350 \text{ kg}} = -2.57 \text{ m/s}$$

El signo negativo indica que el cañón se mueve en sentido contrario al proyectil.

**CIERRE****Reto educativo**

Reúnete en parejas y resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta. Esta actividad se evaluará con una rúbrica 01.

1. Calcula la cantidad de movimiento que tiene un cuerpo, cuya masa es de 10 kg y lleva velocidad de 5 m/s.

R. 50 kg · m/s

2. ¿Qué impulso recibe un cuerpo al aplicarle una fuerza de 30 N durante 4 segundos?

R. 120 N · s

3. ¿Qué impulso debe dársele a un camión, cuya masa es de 5,000 kg, para que adquiera una velocidad de 60 km/h?

R. 83,300 kg · m/s

4. Una pelota de 0.2 kg es pateada 0.03 s adquiriendo una velocidad de 7 m/s. ¿Qué fuerza recibió?

R. 46.66 N

5. Un jugador de béisbol lanza una pelota que pesa 0.1 kg a una velocidad de 15 m/s; al ser bateada, sale en la misma dirección, pero en sentido contrario a una velocidad de 20 m/s. Si la duración del golpe es de 0.03 s, ¿con qué fuerza fue impulsada?

R. 116.66 N

6. Determina el tiempo durante el cual debe aplicarse una fuerza de 50 N para que un cuerpo de 10 kg cambie su velocidad de 2 m/s a 5 m/s.

R. 0.6 s

7. ¿Cuál es la cantidad de movimiento de un cuerpo cuyo peso es de 98 N y su velocidad es de 20 km/h?

R. 55.5 kg · m/s

8. Una camioneta, cuya masa es de 3,500 kg, lleva una velocidad de 22 m/s. Al frenar, la velocidad disminuye a 15 m/s en un tiempo de 5 segundos. ¿Cuál es el valor de la fuerza promedio que disminuye la velocidad?

R. 4,900 N

9. Un automóvil de 1,900 kg de masa lleva una velocidad de 16 m/s.

a. ¿Cuál es su cantidad de movimiento?

b. ¿Qué velocidad debe llevar un camión de 5,000 kg para tener la misma cantidad de movimiento que el automóvil?

R. a) 30,400 kg · m/s; b) 6.08 m/s

10. Un proyectil de 3 kg es disparado por un cañón cuya masa es de 290 kg. Si el proyectil sale con una velocidad de 400 m/s, ¿cuál es la velocidad del retroceso del cañón?

R. -4.14 m/s



Reto educativo

En coevaluación, y con el apoyo del docente, revisa los procedimientos de los ejercicios anteriores con la finalidad de retroalimentar los conceptos de impulso, cantidad de movimiento y la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.



Reto educativo

Resuelve en tu libreta los siguientes ejercicios, con la finalidad de retroalimentar los conceptos revisados.

1. a) ¿Qué magnitud tiene el momento lineal de un camión de 10,000 kg que viaja con rapidez de 12 m/s? b) ¿Con qué rapidez tendría que viajar una vagoneta de 2,000 kg para tener el mismo momento lineal?
R. a) $1.20 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$; b) 60 m
2. Una pelota de beisbol de 0.145 kg se mueve a 1.30 m/s en dirección positiva del eje Y, y una pelota de tenis de 0.0570 kg se mueve a 7.80 m/s en la dirección negativa del eje Y. ¿Qué magnitud y dirección tiene la cantidad de movimiento total del sistema formado por las dos pelotas?
R. 0.256 kg · m/s, dirección negativa del eje Y.
3. Una pelota de golf de 0.0450 kg en reposo adquiere una rapidez de 25.0 m/s al ser golpeada por un taco (palo). Si el tiempo de contacto es de 2 ms, ¿qué fuerza media actúa sobre la pelota? ¿Es significativo el efecto del peso de la pelota durante el tiempo de contacto? ¿Por qué?
R. 562 N; no es significativo el efecto del peso.
4. Un disco de hockey de 0.160 kg se mueve en una superficie cubierta de hielo horizontal y sin fricción. En $t = 0$, su velocidad es de 3.00 m/s a la derecha.
a) Calcula la velocidad (magnitud y dirección) del disco después de que se aplica una fuerza de 25 N hacia la derecha durante $t = 0.050 \text{ s}$. b) Si, en vez de ello, se aplica una fuerza de 12 N dirigida a la izquierda, entre $t = 0$ y $t = 0.050 \text{ s}$, ¿cuál es la velocidad final del disco?
R. a) 10.8 m/s a la derecha; c) 0.75 m/s a la izquierda.
5. Un hombre está parado en una plancha de hielo que cubre el estacionamiento del estadio de fútbol americano de Búfalo (Nueva York); la fricción es insignificante entre sus pies y el hielo. Un amigo le lanza un balón americano de 0.400 kg que viaja horizontalmente a 10 m/s. La masa del primer hombre es de 70 kg, a) si atrapa el balón, ¿con qué rapidez se moverán ambos después? b) Si el balón lo golpea en el pecho y rebota moviéndose horizontalmente a 8.0 m/s en la dirección opuesta, ¿qué rapidez tendrá el hombre después del choque?
R. a) $5.68 \times 10^{-2} \text{ m/s}$; b) 0.103 m/s

SESIÓN 2



HORAS:

7

APRENDIZAJE ESPERADO:

Emplear la ley de la conservación de la cantidad de movimiento para analizar los choques entre cuerpos en movimiento y entender su comportamiento en una colisión, tomando decisiones de manera responsable, comprendiendo las consecuencias que se producen en su entorno.

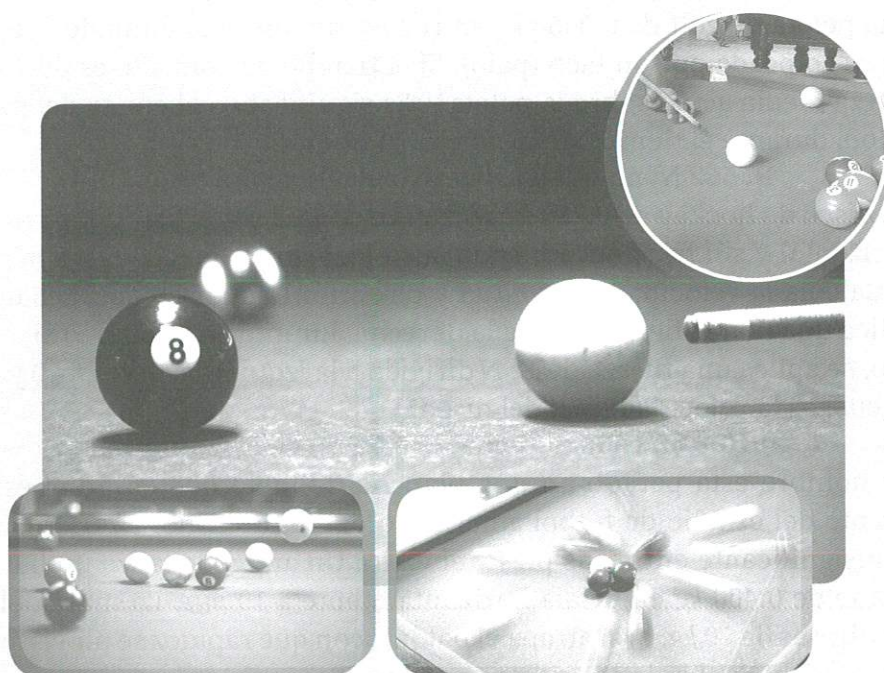


APERTURA



Reto educativo

En la siguiente imagen se observa que, al jugar billar, las bolas chocan frontalmente. Si una de las bolas está en reposo, después de la colisión, la que se lanza queda en reposo y la otra se mueve con una velocidad igual que la primera.



Comenta con tus compañeros a qué se debe este suceso y escribe tu respuesta.

**DESARROLLO****Reto educativo 3**

Realiza la siguiente lectura para conocer los tipos de choques.

**Páginas vivas**

Se le denomina choque a una colisión entre dos cuerpos, estos pueden ser elásticos o inelásticos, dependiendo si conservan o no su energía cinética al efectuarse el choque.

Un choque es elástico a una colisión entre dos o más cuerpos en la que estos no sufren deformaciones permanentes durante el impacto. En una colisión elástica se conservan tanto el momento lineal como la energía cinética del sistema, y no hay intercambio de masa entre los cuerpos que se separan después del choque.

Un ejemplo es cuando se juega billar, las bolas de billar transfieren su cantidad de movimiento al realizarse la colisión; otro ejemplo es cuando se conserva la energía cinética, como en el caso de los choques entre átomos y moléculas de un gas.

En el caso de un choque inelástico, la energía cinética no se conserva y, como consecuencia, los cuerpos que colisionan pueden sufrir deformaciones y aumento de su temperatura. En el caso ideal de un choque perfectamente inelástico entre objetos macroscópicos, estos permanecen unidos entre sí tras la colisión.



La principal característica de este tipo de choque es que existe una disipación de energía, ya que tanto el trabajo realizado durante la deformación de los cuerpos como el aumento de su energía interna se obtiene a costa de la energía cinética de los mismos antes del choque. En cualquier caso, aunque no se conserve la energía cinética, sí se conserva el momento lineal total del sistema.

En los choques totalmente inelásticos, los cuerpos que chocan se mueven tras la colisión con la misma velocidad de manera que parecen estar pegados y se comportan como un único cuerpo. En este tipo de choques se conserva la cantidad de movimiento, pero toda la energía puesta en juego en el choque se transforma en calor o deformación y no se recupera para el movimiento.

Los automóviles se diseñan de tal manera que los choques que sufran sean inelásticos para que su estructura absorba la mayor cantidad posible de la energía del choque. Esta energía absorbida no puede recuperarse, pues se invierte en deformar de manera permanente el automóvil.



Coeficiente de restitución

En el choque entre dos cuerpos, el coeficiente de restitución e es el número que expresa la relación entre la velocidad relativa con que se separan después del choque y la correspondiente de aproximación antes de él. Su modelo matemático se expresa de la siguiente manera:

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1}$$

Siendo u_1 y u_2 las velocidades de los cuerpos 1 y 2 antes del choque, mientras que v_1 y v_2 son las velocidades de los cuerpos 1 y 2 después del choque.

Si el choque es totalmente elástico, entonces $e = 1$; por el contrario, si el choque es inelástico (los cuerpos continúan juntos en el movimiento), $e = 0$. En todos los demás choques, e es un número comprendido entre 0 y 1.

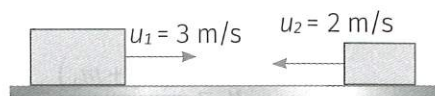
Analiza con tu profesor los siguientes ejemplos de choques y la aplicación de los modelos matemáticos.



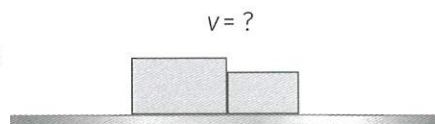
Ejemplo 4

Un cuerpo cuya masa es de 0.2 kg lleva una velocidad de 0.3 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 0.1 kg de masa que lleva una velocidad de 2 m/s . Si se considera al choque completamente inelástico, ¿qué velocidad llevarán los dos cuerpos después del choque al permanecer unidos? Iniciamos con un bosquejo de la situación del problema.

antes



después



Una vez que se identifiquen los datos dentro del bosquejo, aplicamos el modelo matemático; para esto, debes considerar que los objetos van en sentido contrario y después del choque tienen la misma velocidad:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 u_1 + (-m_2 u_2) = (m_1 + m_2) v$$

Despejando velocidad:

$$v = \frac{m_1 u_1 - m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

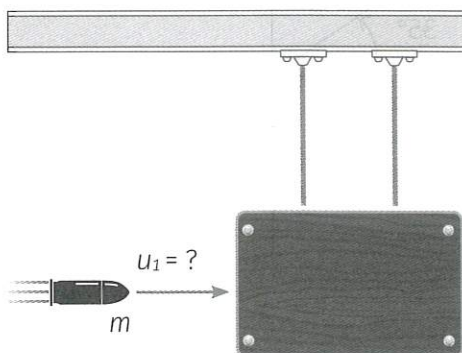
$$v = \frac{(0.2 \text{ kg} \times 3 \text{ m/s}) - (0.1 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s})}{0.2 \text{ kg} + 0.1 \text{ kg}} = 1.33 \text{ m/s}$$



Ejemplo 5

Se dispara una bala de 0.015 kg en forma horizontal, incrustándose en un trozo de madera de 12 kg que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.6 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala?

Se observa en la figura que el trozo de madera está en reposo, así que la única cantidad de movimiento inicial se debe a la bala y como después del impacto los dos cuerpos llevan la misma velocidad v , el modelo matemático se expresa de la siguiente manera:



$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

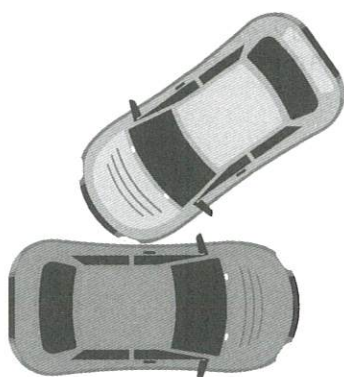
$$m_1 u_1 + (-m_2 u_2) = (m_1 + m_2) v$$

Despejamos u_1 :

$$u_1 = \frac{v(m_1 + m_2)}{m_1} = \frac{0.6 \text{ m/s}(0.015 \text{ kg} + 12 \text{ kg})}{0.015 \text{ kg}} = 480.6 \text{ m/s}$$

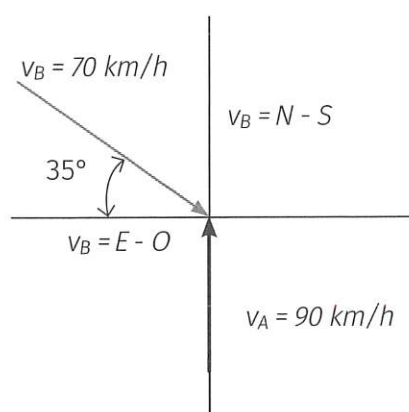


Ejemplo 6



Un automóvil A de 1,800 kg, que viaja al norte a una velocidad de 90 km/h, choca con otro automóvil B de 2,000 kg que viajaba una velocidad de 70 km/h y llevaba un ángulo de 35° respecto al este, como se ve en la figura. Si después del impacto, ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad, ¿cuál es el valor de esta y la dirección que llevarán después del choque?

De acuerdo con el diagrama, se determinan las componentes de cantidad de movimiento para los dos automóviles realizando las conversiones de velocidad al sistema internacional.



a. Para el automóvil A:

$$p_{AN-S} = m_a v_a = (1,800 \text{ kg})(25 \text{ m/s}) = 45,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Para el automóvil B:

$$p_{BN-S} = m_b v_{bN-S} = (2,000 \text{ kg})((19.44 \text{ m/s})(\sin(35^\circ)))$$

$$= -22,301.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Cantidad de movimiento total para la posición N-S es:

$$p_{N-S} = 45,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + (-22,301.6 \text{ kg} \cdot \text{m/s})$$

$$= 22,698.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b. Para la componen E-O, las cantidades de movimiento para los dos automóviles son:

Para el automóvil A:

$$p_{aE-O} = 0$$

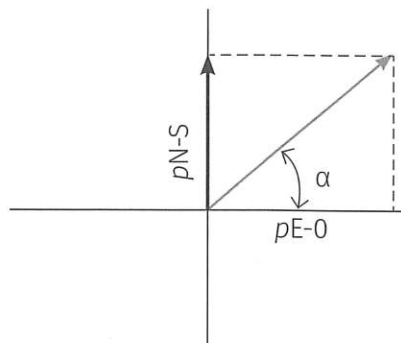
Para el automóvil B:

$$p_{bE-O} = (2,000 \text{ kg})((19.44 \text{ m})(\cos(35^\circ))) =$$

$$31,850 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Como se observa en el diagrama, hay una cantidad de movimiento de N-S y otra de E-O.

De acuerdo con el diagrama, se debe calcular la cantidad de movimiento resultante, lo cual se expresa en el siguiente modelo matemático:



$$p_R = \sqrt{p_{N-S}^2 + p_{E-O}^2}$$

$$p_R = \sqrt{(22,698.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2 + (31,850.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2} = 39,110.9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Para conocer la velocidad v_{AB} que adquieren los dos automóviles después del choque, se calculará la cantidad de movimiento resultante:

$$p_R = m_T v_{AB}$$

Despejando v_{AB} :

$$v_{AB} = \frac{p_R}{m_T} = \frac{39,110.9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1,800 \text{ kg} + 2,000 \text{ kg}} = 10.29 \text{ m/s}$$

La dirección de los automóviles después del choque será:

$$\tan^{-1} \alpha = \frac{31,850.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{22,698.4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 35.47^\circ \text{ respecto al este}$$



Reto educativo 4

Reúnete en parejas y resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta. Esta actividad se evaluará con una rúbrica 01.

1. Un cuerpo de 3 kg lleva una velocidad de 5 m/s al chocar de frente con otro cuerpo de 4 kg que va a una velocidad de 2 m/s. Calcula la velocidad que llevarán ambos cuerpos después del choque, considerando que el choque es completamente inelástico y, por tanto, se moverán unidos.

R. 1 m/s

2. Se dispara una bala de 0.01 kg en forma horizontal incrustándose en el bloque de madera de 10 kg que está en reposo. La madera y la bala adquieren una velocidad de 0.5 m/s después del impacto. ¿Cuál es la velocidad inicial de la bala?

R. 500.5 m/s



Reto educativo 4

3. Una camioneta, cuya masa es de 2500 kg, viaja a una velocidad de 80 km/h en dirección noreste con un ángulo de 40° respecto al este, choca con un automóvil de 1,700 kg que viaja al oeste con una velocidad de 100 km/h. Después del impacto, ambos vehículos quedan unidos adquiriendo la misma velocidad. Calcula el valor de dicha velocidad y su dirección.

R. 8.57 m/s, 82.5° hacia el norte.

4. A partir del modelo matemático del coeficiente de restitución, deduce la expresión para que el coeficiente se formule con relación a la velocidad adquirida en caída libre y se obtenga el siguiente modelo matemático:

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

En coevaluación, con el apoyo del docente, revisa los procedimientos de los ejercicios anteriores con la finalidad de retroalimentar los conceptos de choques. En la siguiente página web encontrarás el simulador CHOQUES ELÁSTICOS,



Reto educativo 5

COLLISION BALL SIMULATOR; ingresa al enlace, realiza 5 simulaciones de choque y completa la siguiente tabla:

<http://www.cienciaeingenieria.com/2011/10/choques-elasticos-collision-ball.html>

No.	m_1	m_2	t	F	u_1	u_2	v_1	v_2	Tipo de choque
-----	-------	-------	-----	-----	-------	-------	-------	-------	----------------

En plenaria, comparte tu experiencia de los datos que deben tener las masas para que realicen un choque elástico. Comprueba tus resultados del simulador con los modelos matemáticos.

Con el apoyo del docente, se integrarán en ternas para realizar un rally demostrativo

**CIERRE****Reto educativo**

de choques de los siguientes ejercicios. Esta actividad se evaluará con una guía de observación 01.

1. Una bola de billar que se mueve a 5.00 m/s golpea una bola fija de la misma masa; después de la colisión, la primera bola se mueve a 4.33 m/s en un ángulo de 30.0° respecto de la línea del movimiento original. Si se supone que la colisión es elástica (ignora la fricción y el movimiento rotacional), determina la velocidad de la bola golpeada después de la colisión.

R. 2.50 m/s a -60.0°

2. En un reactor nuclear se producen neutrones de alta rapidez durante procesos de fisión nuclear del uranio. Para que un neutrón pueda provocar fisiones adicionales, debe ser frenado por choques con núcleos en el moderador del reactor. El primer reactor nuclear (construido en 1942 en la Universidad de Chicago) y el reactor implicado en el accidente de Chernóbil en 1986 usaban carbono (grafito) como material moderador. Un neutrón (masa 1.0 u) que viaja a $2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$ sufre un choque elástico de frente con un núcleo de carbono (masa 12 u) que inicialmente está en reposo. Las fuerzas externas durante el choque son despreciables. Calcula las velocidades después del choque (1 u es la unidad de masa atómica, igual a $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$) (Sears, Zemansky, Young *et al.*, 2004).

R. $-2.2 \times 10^7 \text{ m/s}$, $0.4 \times 10^7 \text{ m/s}$

3. El coeficiente de restitución del acero es 0.90. Si una bola de acero se deja caer desde una altura de 7 m , ¿hasta qué altura rebotará? (Tippens, 2011).

R. 5.67 m

4. Una pelota se deja caer desde una posición de reposo sobre una placa horizontal fija, rebota hasta una altura igual al 81 % de su altura original.

a. ¿Cuál es el coeficiente de restitución?

b. ¿Cuál debió ser la velocidad en el primer impacto para que la pelota pudiera rebotar hasta una altura de 8 m ?

R. a) 0.9; b) 13.9 m/s

En plenaria, con tu profesor, expón las demostraciones de los modelos matemáticos aplicados en los ejercicios de la actividad integradora con la finalidad de socializar los conceptos de choques.

ANEXOS



Instrumento de evaluación

Rúbrica RB-1



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: libreta de ejercicios.

Instrucciones: anota (✓) en la casilla del registro según su cumplimiento.

Rubros	Excelente	Bueno	Deficiente
Consulta fuentes de información referentes al tema, con el propósito de fortalecer la teoría de los ejercicios solicitados	Consulta diversas fuentes de información sugeridas y, además, investiga bibliografía de apoyo.	Consulta algunas de las diversas fuentes de información sugeridas.	Solamente se apoya de sus notas escolares.
Identifica los tipos de conceptos de los ejercicios.	Identifica datos y tipos de conceptos de los problemas planteados y los organiza ordenadamente dándole coherencia a los datos para su fácil manipulación.	Identifica algunos datos de los conceptos y los organiza ordenadamente dándole coherencia a los datos para su fácil manipulación.	Solamente organiza la información de los datos.

Rubros	Excelente	Bueno	Deficiente
Aplica modelos matemáticos.	Aplica modelos matemáticos para la solución de problemas con organización y coherencia de acuerdo con el tipo de concepto.	Aplica modelos matemáticos para la solución de problemas con poca organización y coherencia de acuerdo con el tipo de concepto.	No presenta organización ni coherencia en la aplicación de modelos matemáticos para la resolución de los problemas.
Soluciona adecuadamente el problema.	Desarrolla un procedimiento adecuado, claro, coherente y presenta un resultado correcto con las unidades correspondientes.	Desarrolla un procedimiento, pero no llega a un resultado correcto.	No tiene el resultado correcto.
Entrega en tiempo y forma sus ejercicios.	Entrega sus ejercicios el día programado, con una presentación limpia.	Entrega su libreta el día programado, pero su libreta carece de presentación.	Entrega su libreta un día después de lo programado.

Evaluó:

Observaciones:



Asignatura: Temas Selectos de Física I

Plantel:

Semestre:

Grupo:

Estudiante:

Fecha:

Producto a evaluar: prototipo de máquinas simples.

Instrucciones: marca con una X el cumplimiento de las características de este instrumento. De ser necesario, anota las observaciones pertinentes para la retroalimentación correspondiente.

Indicadores a evaluar	Registro de cumplimiento				Observaciones
	E	R	S	NP	
1	Identifica, registra y sistematiza la información de los problemas, utilizando la estructura solicitada, datos, fórmula, sustitución (con unidades) y resultado.				
2	Participa de manera efectiva en el trabajo, aportando puntos de vista y proponiendo formas de solucionar el problema presentado en el rally demostrativo de choques, con actitud entusiasta y constructiva.				
3	Aplica los modelos matemáticos apropiados, de manera ordenada, coherente, precisa y sintética.				
4	Cuenta con el material solicitado, necesario para realizar su actividad (cuaderno, guía, calculadora, etcétera).				
5	Manifiesta limpieza, estética y orden en la presentación de su trabajo.				

Puntaje obtenido:

Evaluó:

BIBLIOGRAFÍA

Referencias bibliográficas

- Bueche, F. (1994). *Física general* (3.ª ed.). Madrid: McGrawHill.
- Pérez, H. (1999). *Física General*. México: Publicaciones Cultural.
- Sears, F., Zemansky, M., Young, H. & Freedman, R. (2004). *Física Universitaria, Volumen 1* (11.ª ed.). México: Pearson Educación.
- Serway, R. & Jewett, J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería, volumen 1* (7.ª ed.). México: CENGAGE Learning.
- Serway, R. & Vuille, C. (2018). *Fundamentos de Física* (10.ª ed.). México: Cengage Learning Editores.
- Tippens, P. (2011). *Física, conceptos y aplicaciones* (7.ª ed.). México: McGraw-Hill.

Referencias digitales

- Ciencia e ingeniería. (2011). *Choques elásticos* [Simulador]. <http://www.cienciaeingenieria.com/2011/10/choques-elasticos-collisionball.html>



Notas

- Johnson, E. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, B. (1999). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.
- Jones, T., Johnson, M., Jones, L., & Johnson, R. (2011). *Business Law*. McGraw-Hill.



El propósito de la asignatura de Temas Selectos de Física I es que el estudiante conozca la aplicación de las condiciones de equilibrio que tienen los diferentes sistemas de fuerzas, elaborando prototipos u observando cuerpos en equilibrio, para analizar sus características en situaciones prácticas en su entorno, así como utilizar el sistema giratorio como elemento de análisis para entender sus principios y explicar las causas de este tipo de movimiento presente en su contexto. También podrá emplear prototipos de máquinas simples como modelos de análisis, así como examinar fenómenos físicos que presentan colisiones, explicando la relación entre el impulso, cantidad de movimiento y la ley de la conservación, para comprender el comportamiento de los cuerpos, trabajando colaborativamente y tomando decisiones de manera consciente e informada.